



Semnan University

Journal of Econometric Modelling

Journal homepage: <https://jem.semnan.ac.ir/?lang=en>



Research Article

Comparison of Parametric and Semi-Nonparametric Methods for Investment Risk Assessment in the Stock Market: A Case Study of the Main Indices of the Tehran Stock Exchange

Elham Farzanegan

Corresponding Author, Assistant Professor of Economics, Department of Economics and Social Sciences, Nahavand Higher Education Complex, Bu-Ali Sina University

e.farzanegan@basu.ac.ir

PAPER INFO

Paper history:

Received: 07. 07. 2025
Revised: 02. 07. 2025
Accepted: 21. 10. 2025

JEL Classification:

C01, C12, C114.

Keywords:

Gram-Charlier Series,
Value at Risk,
Median Shortfall,
Expected Shortfall,
Key indices of the
Tehran Stock
Exchange.

ABSTRACT

This article aims to assess the risk of the main indices of the Tehran Stock Exchange by introducing a semi-nonparametric approach. The performance of this approach is evaluated against various parametric models using backtesting techniques and different risk measures including Value at Risk, Expected Shortfall, and Median Shortfall. Moreover, the Value at Risk at 99% and 97.5% confidence levels is employed as an alternative to the Value at Risk at the 99.5% level and the expected shortfall at the 97.85% level. The empirical results obtained for six key indices of the Tehran Stock Exchange—namely TEPIX, the First Market index, the Second Market index, the Industry index, the Mali index, and the Farabourse index, using daily data from 14/8/2007 to 3/6/2025, indicate the superior performance of parametric approaches such as the Student's t and skewed Student's t distribution over the Gaussian and the semi-nonparametric SNP approaches, as well as the Gram-Charlier expansion, in out-of-sample prediction of risk measures, providing a more conservative risk assessment. The outperformance of parametric approaches in evaluating the key indices of the Tehran Stock Exchange can be attributed to the fact that these indices exhibit smooth, non-wavy tails without extreme jumps at their tails—features that are typically captured by semi-nonparametric models

© 2025 Published by Semnan University Press. All rights reserved.

مقایسه روش‌های پارامتریک و شبه پارامتریک برای ارزیابی ریسک سرمایه‌گذاری در بازار سهام: مطالعه موردی شاخص‌های اصلی بورس تهران

الهام فرزنانگان

نویسنده مسئول. استادیار اقتصاد، گروه علوم اقتصادی و اجتماعی، دانشگاه بوعلی سینا، مجتمع آموزش

عالی نهاوند (ویژه دختران)

e.farzanegan@basu.ac.ir

نوع مقاله: علمی - پژوهشی تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۴/۱۶ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۸/۰۶

چکیده:

این مقاله به دنبال ارزیابی ریسک شاخص‌های اصلی بورس تهران از طریق معرفی یک رویکرد شبه پارامتریک است، و عملکرد آن با رویکردهای پارامتریک مختلف برحسب تکنیک‌های بک‌تست و معیارهای مختلف ریسک شامل ارزش در معرض ریسک، ریزش مورد انتظار و ریزش میانه، آزمون می‌شود. همچنین، از ریزش میانه در سطوح اطمینان ۹۹٪ و ۹۷.۵٪ به عنوان یک آلترناتیو برای ارزش در معرض ریسک در سطح ۹۹.۵٪ و ریزش مورد انتظار در سطح ۹۷.۸۵٪ استفاده شده است. نتایج تجربی بدست آمده برای شاخص اصلی بورس تهران شامل شاخص کل بورس، شاخص بازار اول، شاخص بازار دوم، شاخص صنعت، شاخص مالی و شاخص کل فرابورس، با فراوانی روزانه، طی بازه زمانی ۱۳۸۶/۵/۲۳ لغایت ۱۴۰۴/۳/۱۳، بیانگر عملکرد برتر رویکردهای پارامتریک شامل استیودنت t و t چوله نسبت به رویکرد پارامتریک گوسی، و رویکردهای شبه پارامتریک SNP و رویکرد گرام-چارلیر مثبت در پیش‌بینی برون‌نمونه‌ای معیارهای ریسک است و ارزیابی ریسک محافظه‌کارتری را فراهم می‌کند. برتری رویکردهای پارامتریک برای ارزیابی شاخص‌های اصلی بورس تهران در این است که این شاخص‌ها دنباله‌های هموار و غیرموجی دارند، و جهش‌های حدی در انتهای دنباله خود ندارند، ویژگی‌هایی که با رویکردهای شبه پارامتریک توضیح داده می‌شوند.

طبقه بندی JEL: C01, C12, C14

کلید واژه‌ها: سری‌های گرام-چارلیر، ارزش در معرض ریسک، ریزش میانه، ریزش مورد انتظار، شاخص‌های اصلی بورس تهران

۱. مقدمه

تغییر قیمت دارایی‌ها که نوسان‌پذیری نامیده می‌شود یک متغیر اساسی است که توسط مدیران ریسک، سرمایه‌گذاران و معامله‌گران برای مدیریت پرتفوی دارایی‌ها و پوشش ریسک اندازه‌گیری می‌شود. موضوع نوسان‌پذیری تاکنون توسط محققین متعددی بررسی شده است (یو^۱، ۲۰۲۵؛ دی خو^۲، ۲۰۲۴؛ بوری^۳، ۲۰۱۹). برخی از آن‌ها با استفاده از فرآیندهای مختلف نوع GARCH (فیسزدر^۴، ۲۰۲۴؛ بنلاقا و چارگوی^۵، ۲۰۱۷)، و تعمیم‌های آن شامل EGARCH (نلسون^۶، ۱۹۹۱)، GJR-GARCH (گلستن^۷، ۱۹۹۳) و FIEGARCH (برلسلیو و میکلسن^۸، ۱۹۹۶) این موضوع را مورد بررسی قرار داده‌اند و به اندازه‌گیری عملکرد نسبی مدل‌های مختلف نوع GARCH (کاتسیامپا^۹، ۲۰۱۷) پرداخته‌اند.

به هر حال هیچ‌گونه اجماعی پیرامون اینکه کدام فرآیند بهترین است وجود ندارد. علت این است که برای توضیح نوسان‌پذیری حدی نه تنها فرآیندهای واریانس ناهمسان شرطی از اهمیت برخوردار است بلکه مدل‌سازی شکل کامل چگالی فرآیند تصادفی پایه نیز مورد توجه قرار دارد. این چگالی می‌بایست چولگی، کشیدگی بالا و جهش‌های حدی در انتهای دنباله به علت وجود مقادیر حدی را دربر بگیرد. در ادامه مقاله سرکتی^{۱۰} (۲۰۲۰) که مدل‌های GARCH غیرنرمال چوله را برای ارزش‌های دیجیتالی مورد تجزیه و تحلیل قرار داده‌اند و جیمنز^{۱۱} (۲۰۲۲) که به ارزیابی ریسک کریپتوکارنسی‌ها با استفاده از رویکردهای شبه پارامتریک پرداخته‌اند، در مقاله حاضر استفاده از رویکرد شبه پارامتریک^{۱۲} (SNP) برای شاخص‌های اصلی بورس تهران پیشنهاد می‌شود، که براساس ویژگی‌های حدی سری‌های گرام-چارلیر (GC) برای تقریب توابع فراوانی

1. Yu

2. Khoo

3. Borri

4. Fiszeder

5. Benlagha and Chargui

6. Nelson

7. Glosten

8. Bollerslev and Mikkelsen

9. Katsiampa

10. Cerqueti

11. Jiménez

12. Semi nonparametric

که شامل کلیه این حقایق شناخته شده با یک ساختار پارامتریک منعطف هستند، پیشنهاد شده است. اگر چه این بسط از سری‌ها سابقه طولانی در ریاضیات و آمار دارد (هالد^۱، ۲۰۰۰)، اما تا دهه گذشته کاربرد چندانی در اقتصاد و مالی نداشته‌اند؛ سارگان^۲ (۱۹۷۶)، کورادو و سو^۳ (۱۹۹۶) و مالتون و پروتی^۴ (۲۰۰۰) به ترتیب این رویکرد را برای اقتصادسنجی، قیمت‌گذاری دارایی و مدیریت ریسک معرفی کرده‌اند.

اخیراً، ثابت شده است که رویکرد SNP برای بیان بازده دارایی‌های با نوسان‌پذیری بالا و مقادیر حدی مفید است، دارایی‌ها شامل ETFs کالا (دل بریو^۵، ۲۰۲۰)، و بیت‌کوین (جیمنز^۶، ۲۰۲۰) می‌شود. به هر حال تا آنجا که بررسی‌ها نشان می‌دهد این رویکرد هرگز برای بورس اوراق بهادار تهران و شاخص‌های اصلی آن اعمال نشده است. به علاوه، در شرایط وجود بی‌ثباتی بالاتر، ممکن است تخمین چگالی‌های GC نتایج غیرقابل اعتمادی تولید کند اگر الگوریتم‌های تخمین به سمت بهینه عمومی همگرا نشود. برای حل این مشکل، تبدیل‌های مثبت (لئون^۷، ۲۰۰۹؛ نیگوئز و پیروت^۸، ۲۰۱۲) نیز مورد توجه قرار گرفته است. این مقاله به دنبال پوشش این شکاف در ادبیات بورس تهران است و برای این منظور به تجزیه و تحلیل عملکرد دو تصریح از چگالی‌های GC شامل GC (نوع A) و GC مثبت، در مقایسه با سایر آلترناتیوهای پارامتریک (گوسی، استیودنت t، و t چوله) برای شاخص‌های اصلی بورس تهران، می‌پردازد. عملکرد مدل برای معیارهای ریسک مختلف آزمون می‌شود و روش آزمون مجموعه اطمینان مدل^۹ (MCS) (هانسن^{۱۰}، ۲۰۱۱)، مورد استفاده می‌گیرد. در این مقاله برای این منظور، شش شاخص اصلی بورس تهران در نظر گرفته می‌شود شامل: شاخص کل بورس، شاخص بازار اول، شاخص بازار دوم، شاخص مالی، شاخص صنعت و شاخص کل فرا بورس.

بطور خلاصه، سهم اصلی این مقاله در ادبیات مربوطه عبارت است از: (I) تجزیه و تحلیل ریسک شاخص‌های اصلی بورس تهران برحسب تکنیک‌های بک‌تست و برای انواع مختلفی از معیارهای

1. Hald

2. Sargan

3. Corrado and Su

4. Mauleón and Perote

5. Del Brio

6. Jiménez

7. León

8. Níguez and Perote

9. Model Confidence Sets

10. Hansen

ریسک و چگالی‌ها. (II) معرفی رویکرد SNP با طول‌های بسط مختلف، همچنین تبدیلات مثبت، و مدل GJR-GARCH برای واریانس شرطی. (iii) تجزیه و تحلیل از ارزیابی ریسک برای معیارها و متدولوژی‌های مختلف، شامل آزمون‌های چندجمله‌ای، عملکرد مدل جفتی نسبی و رتبه‌بندی مدل بر حسب MCS.

ادامه مقاله به شرح زیر است. بخش ۲ ادبیات موضوع معرفی و پیشینه پژوهش‌های انجام شده مرور می‌شود. بخش ۳ متدولوژی SNP را برای مدل‌سازی با شکل کامل دارایی‌های ریسکی و مقادیر دورافتاده و متدولوژی‌های مربوط به ارزیابی ریسک شاخص‌های اصلی بورس تهران بر مبنای تکنیک‌های بک‌تست و معیارهای ریسک مختلف، مرور می‌کند. بخش ۴ نتایج رویکرد SNP را در مقایسه با دیگر آلترناتیوهای پارامتریک و معیارهای ریسک مختلف ارائه می‌کند. بخش ۵ نتیجه‌گیری مقاله انجام می‌شود.

۲. مبانی نظری و پیشینه تحقیق

تکنیک‌های مربوط به اندازه‌گیری ریسک در مرکز فرآیند مدیریت ریسک در موسسات و نهادهای مالی قرار دارند. در بانکداری و بیمه، ریسک با توزیع‌های احتمال مدل‌سازی می‌شود و ریسک بر حسب معیارهای ریسک عددی بیان می‌شود. در واقع، معیارهای ریسک نگاشتی هستند از متغیرهای تصادفی که سودها/زیان‌ها را بیان می‌کنند به اعداد حقیقی که سرمایه مورد نیاز را برای محافظت در مقابل ورشکستگی بیان می‌کند. آرتزرنر^۱ (۱۹۹۹) یک مجموعه از ویژگی‌های ریاضی مطلوب که تعریف کننده یک معیار ریسک منسجم است را پیشنهاد کردند. یکی از این ویژگی‌ها زیرجمع‌پذیری است، که نیازمند آن است که منافع حاصل از متنوع‌سازی در پرتفوی ریسکی قابل ملاحظه باشد. ویژگی دیگر، همگنی مثبت است که نیازمند مقیاس‌بندی خطی از معیار ریسک با اندازه پرتفوی است.

دو معیار ریسک مهم که توسط نهادها مورد استفاده قرار گرفته است عبارتند از ارزش در معرض ریسک (VaR) و ریزش مورد انتظار (ES)، که به ریزش مورد انتظار، ارزش در معرض ریسک دنباله‌ای^۲ یا ارزش در معرض ریسک شرطی نیز گفته می‌شود. ارزش در معرض ریسک (VaR)

^۱. Artzner

^۲. Tail VaR

معیاری است که به دلیل سادگی که در محاسبات و تفسیر دارد بطور گسترده برای ارزیابی ریسک مالی مورد استفاده قرار گرفته است - این معیار فقط یک کوانتیل از توزیع بازده/زیان است و علی‌رغم اینکه منسجم نیست، معیار ریسک غالب در نظارت بر بانکداری محسوب می‌شود. با وجود این، VaR به دلیل دربر نگرفتن رویدادهای حدی مورد انتقاد قرار گرفته است و یک معیار ریسک جامع محسوب نمی‌شود (ویژگی زیرجمع‌پذیری^۱ را برآورده نمی‌کند). برخلاف VaR، ریزش مورد انتظار (ES) ریسک دنباله را فراتر از کوانتیل در نظر می‌گیرد و به صورت زیان مورد انتظار تعریف می‌شود با این فرض که زیان از یک آستانه خاص، VaR، فراتر رفته است. ES یک معیار ریسک منسجم می‌باشد. به همین خاطر، و بخاطر اینکه یک معیار حساس نسبت به دنباله است، در سال‌های اخیر مورد توجه روزافزون مقامات نظارتی قرار گرفته است. از سال ۲۰۱۶، این معیار توسط کمیته بازل به عنوان یک کمیته نظارت بر بانکداری (BCBS) به منظور تغییر معیار ریسک VaR-99% به ES-97.5% پیشنهاد شده است. اگر چه ES به متنوع‌سازی ریسک پرتفوی مربوط می‌شود (یعنی ریسک پرتفوی از مجموع ریسک‌های فردی فراتر نمی‌رود)، اما خاصیت استنتاج‌پذیری^۲ را برآورد نمی‌کند که در نتیجه موجب مختل شدن فرآیندهای بک‌تست ES می‌شود. اجرای این تکنیک‌های نسبتاً نوین امکان آزمون عملکرد مدل را برحسب ES فراهم می‌کند اما مبتنی بر VaR چندجمله‌ای برای سطوح اطمینان مختلف است.

ادبیات اخیر بر ارزیابی ریسک با VaR و ES برای دارایی‌های مختلف متمرکز شده است (لیو^۳، ۲۰۲۰)، برخی از آن‌ها از تکنیک‌های بک‌تست استفاده می‌کنند (فیسچر^۴، ۲۰۱۸). اگرچه هر دوی VaR و ES معیارهای ریسک به خوبی شناخته شده و پرکاربردی هستند، به هر حال، با برخی احتیاط‌ها همراه هستند. برخلاف VaR که توانایی دربرگیری ریسک دنباله را ندارد، ES نسبت به مقادیر حدی حساس است. به هر حال، علاوه بر ES، معیار ریسک دیگری وجود دارد تحت عنوان ریزش میانه (MS) که ریسک دنباله را نیز از طریق اندازه و احتمال وقوع زیان‌ها دربر می‌گیرد. ریزش میانه شبیه ریزش مورد انتظار است، اما از میانه به جای میانگین برای اندازه‌گیری زیان بالقوه فراتر از یک آستانه معین (ارزش در معرض ریسک) استفاده می‌کند. از این رو، ریزش میانه نسبت به مقادیر حدی یا مقادیر دورافتاده در توزیع زیان، رابست‌تر است.

1. Subadditivity Property

2. Elicitability Property

3. Liu

4. Fischer

برخلاف ES، MS استنباط‌پذیر^۱ است و نسبت به تصریح نادرست مدل رابست می‌باشد. MS به سادگی قابل اجرا است و می‌تواند براساس VaR اندازه گرفته شود. اگرچه جیمنز^۲ (۲۰۲۰) این معیار را در تجزیه و تحلیل بازده بیت‌کوین معرفی کرده‌اند، در این مقاله از آن برای شاخص‌های اصلی بورس تهران استفاده می‌شود. شبیه ES، MS ریسک دنباله را فراتر از VaR در نظر می‌گیرد اما از ویژگی رابست آماره میانه برخوردار است. به همین دلیل است که این معیار برای داده‌های با ویژگی دنباله سنگین حدی به عنوان مدل‌های میانگین نامتناهی مناسب است، که در آن ممکن نیست ES در مدل‌های توزیع معین محاسبه شود (نسله‌ووا^۳، ۲۰۰۶). برای یک معیار ریسک مفروض، یکی از چالش‌هایی که در عمل وجود دارد به تخمین دقت آن معیار با استفاده از مدل‌های آماری مربوط می‌شود، و دیگری اعتبارسنجی تخمین‌ها از طریق بررسی اینکه آیا زیان‌های تحقق یافته، همراستا با تخمین‌های پسین یا پیش‌بینی‌ها است. روش مقایسه تحقق یافته‌ها با پیش‌بینی‌ها از طریق بک‌تست انجام می‌شود.

در ادبیات بطور گسترده به تخمین VaR و ES پرداخته‌اند و مدل‌های جدیدی را برای بهبود پیش‌بینی‌های برون‌نمونه‌ای از VaR پیشنهاد و مورد بررسی قرار داده‌اند. بوس^۴ (۲۰۲۵) به پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک کریپتوکارنسی‌ها پرداختند و نتیجه گرفتند که استفاده از مدل جنگل تصادفی تعمیم یافته در پیش‌بینی کوانتیل عملکرد برتری نسبت به رگرسیون کوانتیل، مدل‌های خانواده GARCH و مدل‌های CAViaR دارد.

فرانکو و لارینی^۵ (۲۰۲۵) دو رویکرد را برای ارزش در معرض ریسک شرطی مورد مقایسه قرار دادند و با تاکید بر داده‌های درون‌روز پنج دقیقه‌ای به ارزیابی ریسک سیستمی درون سیستم‌های مالی پرداختند. رویکرد AB CoVaR ریسک یک دارایی Y مشروط بر دارایی دیگر X که دقیقاً در آستانه ارزش در معرض ریسک خود قرار دارد، تخمین می‌زند. رویکرد GE CoVaR، ریسک دارایی Y را هنگامی که X فراتر از آستانه VaR می‌رود تخمین می‌زند.

^۱. Elicitable

^۲. Jiménez

^۳. Nešlehová

^۴. Buse

^۵. Franco and Laurini

لازار^۱ (۲۰۲۴) به تخمین ریسک در سطوح حدی (مثلاً ۰/۱) مربوط به روند نزولی بازار مثل بحران مالی جهانی و COVID-19 پرداختند. بدین منظور چارچوبی برای تخمین ارزش در معرض ریسک و ریزش میانه در سطوح حدی با تعمیم مدل یک عاملی GAS برای دو سطح حدی و سطح معمول‌تر (مثلاً ۰/۱۰) پرداختند.

فیسزدر^۲ (۲۰۲۴) یک مدل GARCH مبتنی بر بازده با یک تخمین رابست را برای مدل‌سازی نوسانات بازده پیشنهاد دادند و با استفاده از آن نشان دادند که این مدل واریانس‌ها، ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار را دقیق‌تر از مدل GARCH استاندارد، مدل GARCH مبتنی بر بازه استاندارد و مدل GARCH با تخمین رابست، پیش‌بینی می‌کند.

فانگ^۳ (۲۰۲۳) با استفاده از MES و $\Delta CoVaR$ به پیش‌بینی ریسک سیستمی پرداختند و نشان دادند که یک مدل DCC-GARCH عملکرد خوبی برای پیش‌بینی ریسک سیستمی دارد. این محققین برای ارزیابی عملکرد پیش‌بینی از آزمون‌های پوشش غیرشرطی و استقلال استفاده کردند.

ژانگ^۴ (۲۰۲۳) به پیش‌بینی ریسک دنباله چنددوره‌ای (ES و VaR) با استفاده از یک مدل ریسک نیمه پارامتریک که بر مبنای گشتاورهای بازده پس‌نگر ساخته شده که توسط مدل نوسان‌پذیری تصادفی با جهش‌های قیمتی و روش بسط کورنیش-فیشر تخمین زده شده است. جیمenez^۵ (۲۰۲۲) به ارزیابی جامع ریسک شش کریپتوکارنسی با استفاده از سه معیار ریسک ES، VaR و MS پرداختند و عملکرد برتر رویکرد شبه پارامتریک را در پیش‌بینی برون‌نمونه‌ای نتیجه گرفتند. یافته‌های تجربی همچنین نشان می‌دهد که ریزش میانه در سطح اطمینان ۹۸٪/۳۱ و ۹۸٪/۵۱ آلترناتیو دقیقی برای ارزش در معرض ریسک ۹۹٪ و ریزش مورد انتظار ۹۷٪/۵ است. کراتز^۶ (۲۰۱۸) به معرفی آزمون چندجمله‌ای ارزش در معرض ریسک برای بک‌تست ریزش مورد انتظار پرداختند.

در داخل کشور نیز محققین متعددی به بررسی ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار پرداخته‌اند. برای مثال، طبیبی (۱۴۰۲) به طراحی دو مدل سبد سهام بر اساس ریزش مورد

^۱. Lazar

^۲. Fiszeder

^۳. Fang

^۴. Zhang

^۵. Jiménez

^۶. Kratz

انتظار چندافقی پارامتریک و ناپارامتریک برای ۸ صنعت عمده از بورس اوراق بهادار تهران پرداختند. این محققین برتری رویکرد ریزش مورد انتظار چندافقی پارامتریک را نتیجه گرفتند. رستگار و همتی (۱۴۰۰) با استفاده از روش‌های گارچ-کاپولا، همبستگی شرطی پویا و نظریه ارزش فرین تخمین VaR شامل داده‌های بورس اوراق بهادار تهران انجام دادند و با استفاده از آزمون چندجمله‌ای، در دو مرحله به پس‌آزمایی دقت تخمین VaR و رتبه‌بندی روش‌ها پرداختند. سپس با در نظر گرفتن تعداد نمونه (n) و مقدار سطوح مختلف (N)، روی پس‌آزمایی روش‌های تخمین، تحلیل حساسیت انجام دادند. برطبق نتایج، اعتبار روش‌های تخمین VaR به دو پارامتر n و N حساس است و به ازای مقادیر متفاوت از آن‌ها، ممکن است روش‌های مختلف معتبر نباشند. همچنین، در رتبه‌بندی روش‌های تخمین با استفاده از تابع زیان، روش‌های گارچ-کاپولا، نظریه ارزش فرین و همبستگی شرطی پویا، به ترتیب در رتبه‌های اول تا سوم قرار گرفتند. فلاح‌پور و طبسی (۱۳۹۹) به برآورد ریزش مورد انتظار براساس نظریه ارزش فرین شرطی با استفاده از مدل مولتی فرکتال و داده‌های درون روزانه در بورس اوراق بهادار تهران پرداختند. یافته‌های حاصل از پژوهش نشان می‌دهد که مدل فراتر از آستانه شرطی مولتی فرکتال که از داده‌های درون‌روزی بهره می‌جوید، در مقایسه با مدل‌های جایگزین نظیر فراتر از آستانه شرطی گارچ در برآورد ریسک بازار عملکرد بهتری داشته است.

طالبلو و داودی (۱۳۹۹) به محاسبه ریسک بازاری سبدي از شاخص صنایع بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار پرداختند. این محققین نوسانات سبد را با استفاده از الگوی گارچ چندمتغیره و همبستگی سبد دارایی را با استفاده از الگوی کاپیولا مدلسازی نمودند. برطبق نتایج پس‌آزمایی، الگوی DCC-GARCH با توزیع t استیودنت و DCC-GARCH Copula با توزیع t استیودنت در برآورد ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار نتایج قابل قبولی دارند.

آسایش (۱۳۹۹) به ارزیابی مدل ریسک سیستمیک ریزش مورد انتظار نهایی بانک‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران پرداختند. برطبق نتایج، ریسک سیستمی، براساس معیار ریزش مورد انتظار نهایی، در بازه مورد بررسی روند نزولی را طی می‌کند. روزگار (۱۳۹۷) به تخمین و محاسبه VaR و ES براساس سه رویکرد پارامتری، ناپارامتری و نیمه پارامتری برای قیمت‌های روزانه سهام شرکت کوکاکولا طی ۱۰ سال پرداختند. برطبق

نتایج، استفاده از کمیت کسری مورد انتظار در مقابل کمیت ارزش در معرض ریسک خصوصاً در شرایط نامطلوب و غیرعادی بازار، اطمینان بیشتری را در مبحث مدیریت ریسک به ارمغان می‌آورد.

محمدیان امیری و ابراهیمی (۱۳۹۷) به پیش‌بینی چند گام به جلوی ارزش در معرض خطر بر مبنای روش هموارسازی نمایی هلت-وینترز ضربی برای شاخص خودرو و بانک پرداختند. برطبق نتایج، روش هموارسازی نمایی هلت-وینترز ضربی پیش‌بینی قابل اتکا و دقیقی از ارزش در معرض خطر شاخص‌های بورسی ارائه می‌دهد.

سارنج و نوراحمدی (۱۳۹۵) به برآورد ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار با توجه به رویکرد ارزش فرین شرطی و مقایسه آن‌ها با عملکرد رویکردهای پارامتریک می‌پردازد. نتایج پس‌آزمایی حاکی از برتری محاسبه VaR برگرفته از تئوری ارزش فرین شرطی در مقایسه با سایر مدل‌های رقیب، از قبیل مدل ارزش فرین غیرشرطی، نرمال ایستا و نرمال شرطی (مدل گارچ) است. همچنین نتایج تابع MCS برای معیار ES نشان داد رویکردهای ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استاندارد شده استیودنت t ، ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استاندارد شده نرمال و مدل GARCH با فرض پسماندهای استیودنت t به ترتیب در رتبه‌های اول تا سوم قرار می‌گیرند.

ملاحظه می‌شود که پژوهش‌های خارجی عمدتاً برای کشورها و بازارهای توسعه یافته انجام شده‌اند و پژوهش‌های داخلی نیز عمدتاً از رویکردهای پارامتریک و ناپارامتریک برای ارزیابی ریسک استفاده کرده‌اند یا از سایر مدل‌های جایگزین برای واریانس شرطی استفاده کرده‌اند، اما مقاله حاضر برای نخستین بار به معرفی رویکردهای شبه پارامتریک SNP برای ارزیابی شاخص‌های اصلی بورس تهران پرداخته و تا آنجا که بررسی‌ها نشان می‌دهد این موضوع پیش از این توسط پژوهشگران مورد توجه و بررسی قرار نگرفته است.

۳. روش تحقیق

۳-۱. رویکرد SNP

۳-۱-۱. گرام چارلیر (نوع A)

استفاده از رویکرد SNP برای مدل‌سازی فرآیندهای تصادفی غیرگوسی به وسیله خواص سری‌های GC (نوع A) به عنوان تقریب حداقل مربعات از یک تابع انتگرال‌پذیر دلخواه $f(x)$

برحسب یک سری نامتناهی از چندجمله‌ای‌های متعامد $\{H_r(x)\}_{r=0}^{\infty}$ پشتیبانی می‌شود. این چندجمله‌ای‌ها به شکل سری در رابطه زیر صدق می‌کنند (۱)

$$f(x) \approx \sum_{r=0}^{\infty} a_r H_r(x) \quad (1)$$

که در آن

$$a_r = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f(x) H_r(x) \omega(x) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} H_r(x)^2 \omega(x) dx} \quad (2)$$

و

$$\int_{-\infty}^{\infty} H_r(x) H_s(x) \omega(x) dx = 0 \quad \text{for } r \neq s \quad (3)$$

این نتیجه، اساس و پایه سری‌های همگرای مختلف، مثلاً فوریه، لژاندر، مک‌لورن، یا لاگر برای انتخاب‌های مختلف از تابع وزن $\omega(x)$ است. بویژه، اگر تابع احتمال گوسی (pdf) انتخاب شود، یعنی

$$\omega(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right) \quad (4)$$

سپس، چندجمله‌ای‌های هرمیت چیشف (CH) بدست می‌آید، به گونه‌ای که

$$\frac{d^r \omega(x)}{dx^r} = (-1)^r H_r(x) \omega(x) \quad (5)$$

یک فرمول بسته برای چندجمله‌ای CH از مرتبه r عبارت است از

$$H_r(x) = r! \sum_{s=0}^{[r/2]} \frac{(-1)^s x^{r-2s}}{s! (r-2s)! 2^s} \quad (6)$$

در کنار ویژگی متعامد بودن در معادله (۳)، چندجمله‌ای‌های CH در رابطه زیر صدق می‌کنند

$$\int_{-\infty}^{\infty} H_r(x)^2 \omega(x) dx = r! \quad (7)$$

و بنابراین، سری‌های GC از نوع A بصورت زیر بیان می‌شوند

$$f(x) = \sum_{r=0}^{\infty} c_r H_r(x) \omega(x) \quad (۸)$$

که در آن

$$c_r = \frac{1}{r!} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) H_r(x) dx \quad (۹)$$

این سری‌ها امکان تقریب توابع فرکانس تجربی را با هر درجه دلخواهی از دقت فراهم می‌کنند از طریق درنظر گرفتن یک بسط به اندازه کافی بزرگ؛ علاوه بر اینکه اندازه‌گیری میزان انحراف از توزیع گوسی، که اغلب در سری‌های واقعی بویژه سری‌های مرتبط با داده‌های اقتصادی و مالی یافت می‌شود را امکان‌پذیر می‌سازند. به هر حال، برش سری‌ها برحسب n نیازمند محدود کردن دامنه مجاز برای $\{c_r\}_{r=1}^n$ به گونه‌ای است که $f(x)$ یک دامنه مثبت داشته باشد. اگرچه برای اکثر سری‌ها اعمال محدودیت‌ها یا قیود مثبت ضروری نیست، به شرطی که الگوریتم‌های برآورد حداکثر راست‌نمایی (ML) مناسب، اعمال شده و برای جلوگیری از بهینه‌های محلی بررسی‌های لازم انجام شده باشد. از سوی دیگر، شرط $c_0 = 1$ تضمین می‌کند که بسط GC انتگرال یک داشته باشد و همچنین فرض می‌شود که $H_0(x) = 1$.

اگرچه تحت چنین شرایطی، بسط GC (برش خورده) در رابطه ۱۰ یک فرآیند تصادفی را برحسب pdf خود، مشخص می‌کند

$$g(x) = \sum_{r=0}^n c_r H_r(x) \omega(x) \quad (۱۰)$$

تابع توزیع تجمعی (cdf) آن نیز بصورت زیر نوشته می‌شود

$$G(\phi) = Prob[x \leq \phi] = \int_{-\infty}^{\phi} \omega(x) dx - \omega(\phi) \sum_{r=1}^n c_r H_{r-1}(\phi) \quad (۱۱)$$

یا تابع مولد گشتاور (mgf)

$$M(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} g(x) dx = e^{\frac{t^2}{2}} \sum_{r=0}^n c_r t^r \quad (۱۲)$$

تابع mgf امکان محاسبه مستقیم گشتاورهای توزیع را امکان‌پذیر می‌کند، اگرچه این گشتاورها می‌توانند بصورت زیر نیز بدست آیند

$$E[x^r] = \sum_{s=0}^r D_s c_s \frac{r!}{2^{\frac{r-s}{2}} \left(\frac{r-s}{2}\right)!} \quad (۱۳)$$

که در آن D_s یک متغیر مجازی است که نمره یک می‌دهد هرگاه $r - s$ زوج باشد و در غیر اینصورت نمره صفر می‌دهد. این دلالت دارد بر اینکه گشتاورها برای همه مرتبه‌های r متناهی هستند و از این رو c_1 و c_2 متناظر با میانگین و واریانس هستند و c_3 و c_4 چولگی و کشیدگی مازاد را دربر می‌گیرند. پارامترهای زوج مراتب بالاتر بر گشتاورهای مراتب بالاتر تاثیرگذار هستند و از این رو، مقادیر حدی و جهش‌ها را در دنباله‌های توزیع دربر می‌گیرند پس حداقل وارد کردن c_6 و c_8 مناسب می‌باشد. از سوی دیگر، به منظور اجتناب از استفاده زیاد از پارامترها و حمایت از صرفه‌جو بودن مدل، تنها پارامتر فردی که همواره در نظر گرفته می‌شود c_3 است (و اینکه پارامترهای فرد مرتبه بالاتر همواره بی‌معنا هستند و لحاظ آن‌ها مشکل شناسایی مدل را بوجود می‌آورد).

تخمین مدل از دو مرحله زیر پیروی می‌کند:

مرحله ۱: AR(1)-GJR-GARCH(1,1) تحت فرض توزیع گوسی با استفاده از روش تخمین شبه حداکثر راستنمایی تخمین زده می‌شود.

مرحله ۲: پسماندهای استاندارد شده بدست آمده از مرحله قبل برای تخمین پارامترهای SNP مورد استفاده قرار می‌گیرند.

۳-۱-۲. گرام-چارلیر مثبت

برای هدف کنترل برای مشکل تخمین ناشی از مقادیر حدی و به پیروی از لئون^۱، (۲۰۰۹) و نیگوئز و پیروت^۲ (۲۰۱۲) یک تصریح گرام-چارلیر مثبت نیز در نظر گرفته می‌شود. این رویکرد، pdf مثبت از GC، مطابق رابطه ۱۴ حاصل می‌کند:

$$g^*(x) = \frac{1}{w(n)} \left(1 + \sum_{r=1}^n c_r^2 H_r(x)^2 \right) \omega(x) \quad (۱۴)$$

^۱. León

^۲. Níguez and Perote

که $\omega(x)$ همان pdf گوسی استاندارد در رابطه ۴ است. پارامترهای c_s^2 و چندجمله‌ای‌های CH مربعی هستند و w ثابت است که تضمین می‌کند انتگرال چگالی عدد یک شود:

$$w(n) = 1 + \sum_{r=1}^n c_r^2 r! \quad (15)$$

واضح است که معادلات ۱۴ و ۱۵ یک تابع چگالی احتمال متقارن به خوبی تعریف شده در فضای پارامتریک کامل را ارائه می‌دهند و به موجب معادلات ۳ و ۷ می‌توان آن را به وسیله تابع توزیع تجمعی در معادله ۱۶ نیز توصیف کرد

$$\begin{aligned} G^*(\phi) &= Prob[x \leq \phi] \\ &= \int_{-\infty}^{\phi} \omega(x) dx \\ &= \frac{\omega(\phi)}{w(n)} \sum_{s=1}^n \sum_{i=0}^{s-1} c_s^2 \frac{s!}{(s-i)!} H_{s-1}(\phi) H_{s-i-1}(\phi) \end{aligned} \quad (16)$$

اگرچه این نوع توزیع مثبت بودن را در کل دامنه تضمین می‌کند، اما به هزینه از دست دادن رابطه خطی بین گشتاورهای غیرمرکزی و پارامترها و همچنین توزیع متقارن، است. مشکل متقارن بودن را می‌توان با در نظر گرفتن خانواده SNP مثبت در لئون^۱ (۲۰۰۹) حل نمود، اما همچنین با در نظر گرفتن یک مدل نامتقارن برای واریانس شرطی مانند GJR-GARCH، نیز عدم تقارن بدست می‌آید.

در پژوهش حاضر، در مدل تجربی توصیف شده در روابط ۱۷-۲۲، راه حل آخر در نظر گرفته شده است.

همانند SNP، گرام چارلیر نوع A، نیز به راحتی در دو مرحله تخمین زده می‌شود.

۳-۲. مدل

فرض می‌شود زیان‌ها (L_t) از یک مدل AR(1)-GJR-GARCH(1,1) پیروی می‌کنند با میانگین شرطی μ_t و واریانس σ_t^2 و با جمله نوآوری که بصورت iid توزیع شده است و pdf آن H است:

$$L_t = \mu_t + \varepsilon_t \quad (17)$$

^۱. León

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t \quad (18)$$

$$z_t \sim H(0,1) \quad (19)$$

$$\mu_t = \varphi_0 + \varphi_1 \mu_{t-1} \quad (20)$$

$$\sigma_t^2 = \varpi + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + I_{t-1} \gamma \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (21)$$

که در آن $| \varphi_1 | < 1$, $\alpha \geq 0$, $\beta \geq 0$, $\gamma \geq 0$, $\varpi \geq 0$, $\alpha + \gamma \geq 0$ و $I_{t-1} = \begin{cases} 0 & \text{if } \varepsilon_{t-1} > 0 \\ 1 & \text{if } \varepsilon_{t-1} < 0 \end{cases}$ مدل GJR-GARCH (گلوستن، ۱۹۹۳) تعمیم مدل GARCH است ($\gamma = 0$) که عدم تقارن در واریانس شرطی را در نظر می‌گیرد که در آن شوک‌های منفی اثر بزرگ‌تری نسبت به شوک‌های مثبت دارند.

در این پژوهش، تصریح چگالی (استاندارد شده) مختلفی برای H در نظر گرفته می‌شود: گوسی، استیودنت t، t چوله، و دو تصریح برای SNP: گرام چارلیر نوع A (SNP) با پارامترهای c_3 و c_4 (فقط چولگی و کشیدگی را وارد می‌کند همانند اکثر کاربردها در ادبیات مالی) و SNP با پارامترهای c_3 ، c_4 ، c_6 و c_8 ، به منظور مقایسه تاثیر افزایش طول انبساط سری، به ویژه برای تحلیل انتهای دور-یعنی بسط‌ها در $n = 4$ و $n = 8$ برش خورده می‌شوند. توجه شود که برای شناسایی مدل، یک پارامتر فرد لازم است. بعلاوه، به منظور مقایسه بین تصریح‌های مختلف، گرام چارلیر مثبت (PGC) با c_2 ، c_4 ، c_6 نیز در روش‌های بک‌تست وارد می‌شود. در این مورد، از آنجا که توزیع متقارن است، گنجاندن c_3 بی فایده است.

از آنجاییکه مدل در معادلات (۱۷)-(۲۱) بیانگر یک مدل مکان-مقیاس است، فرض می‌کنیم $c_1 = 0$ و $c_2 = 0$ به دلیل اینکه میانگین و واریانس توسط معادلات (۲۰) و (۲۱)، صریحاً مدل‌سازی شده‌اند. در رابطه با باقیمانده پارامترهای مدل‌های SNP، همانطور که قبلاً گفته شد، c_3 و c_4 چولگی ($c_r = 0$) برای همه rهای فرد بجز $r \neq 3$ و کشیدگی مازاد را دربر می‌گیرند و c_6 و c_8 جهش‌ها در جرم احتمال را در انتهای دور دنباله‌ها به علت وجود مقادیر حدی، وارد می‌کنند. بنابراین چگالی‌های SNP براساس چندجمله‌ای‌های زیر ساخته می‌شوند:

$$\begin{aligned} H_0(z_t) &= 1, H_3(z_t) = z_t^3 - 3z_t, H_4(z_t) = z_t^4 - 6z_t^2 + 3, H_6(z_t) = z_t^6 - 15z_t^4 + 45z_t^2 - 15, \\ H_8(z_t) &= z_t^8 - 28z_t^6 + 210z_t^4 - 420z_t^2 + 10 \end{aligned} \quad (22)$$

علاوه بر چگالی‌های گوسی، SNP، و PGC، که در معادلات (۴)، (۱۰) و (۱۴) و (۱۵) توصیف شدند، pdfهای استیودنت t چوله و استیودنت t متقارن نیز در معادلات (۲۳) و (۲۴) به عنوان رقبای بدیهی برای درنظر گرفتن کشیدگی مازاد و چولگی شاخص‌های بورس تهران، درنظر گرفته می‌شوند

$$st(z_t) = \begin{cases} -\frac{2}{\xi + \frac{1}{\xi}} t(\xi z_t) & \text{for } z_t < 0 \\ \frac{2}{\xi + \frac{1}{\xi}} t(\xi z_t) & \text{for } z_t \geq 0 \end{cases} \quad (23)$$

که در آن

$$t(z_t) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi(\nu-2)}\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \left(1 + \frac{z_t^2}{\nu-2}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}} \quad (24)$$

ν تعداد درجه آزادی (df) یا پارامتر شکل است، Γ تابع گاما و ξ پارامتر چولگی است. به هر حال، حدس ما این است که نوسان‌پذیری حدی و مقادیر حدی فراوان برای این شاخص‌ها وجود دارد که نیازمند یک رویکرد منعطف‌تر همانند چگالی SNP است. یک آلترناتیو دیگر می‌تواند توزیع خطای تعمیم یافته (GED) باشد (سرکتی^۱، ۲۰۲۰)، اگر چه استدلال این است که GC منعطف‌تر است و از ویژگی مجانبی تقریب توزیع درست برخوردار است. به علاوه، استدلال این است که مزیت استفاده از یک تصریح چگالی مناسب نه تنها بدست آوردن تخمین مدل میانگین-واریانس است- چون انگل و گونزالز-ریورا^۲ (۱۹۹۱) نشان دادند که تخمین QML سازگار است حتی اگر مشاهدات غیرگوسی باشند - بلکه فراهم کردن معیارهای ریسک دقیق نیز هست.

۳-۳. معیارهای ریسک

۳-۳-۱. ارزش در معرض ریسک

^۱. Cerqueti

^۲. Engle and González-Rivera

ارزش در معرض ریسک VaR بیانگر حداکثر زیان برای یک سطح احتمال مفروض α در یک دوره نگاه‌داری است. در این پژوهش، بر دنباله راست توزیع تمرکز شده است زیرا زیان‌ها (و نه بازده) را در نظر گرفته‌ایم و α متناظر است با یک سطح بالای احتمال نزدیک به ۱۰۰٪.

$$VaR_{\alpha} = \inf\{x | G_L(x) \geq \alpha\} \quad (25)$$

که $G_L(x)$ تابع توزیع تجمعی زیان‌ها L_t است و بنابراین VaR، کوانتیل توزیع زیان برای سطح احتمال α است. اگر $\phi_{t+1}(\alpha)$ ، α -کوانتیل برآوردی توزیع استاندارد شده H در معادله (۱۹) باشد، پس VaR در t برای $t + 1$ در سطح احتمال α محاسبه می‌شود:

$$VaR_{t+1,\alpha} = \mu_{t+1} + \sigma_{t+1}\phi_{t+1}(\alpha) \quad (26)$$

که μ_{t+1} و σ_{t+1} میانگین شرطی و انحراف معیار (نوسان‌پذیری) پیش‌بینی شده یک گام به جلو هستند که از فرآیند $AR(1)$ -GJR-GARCH(1,1) در معادلات (۲۰) و (۲۱) بدست آمده‌اند. بنابراین، VaR برای توزیع SNP/PGC می‌تواند از CDF در معادلات (۱۶)/(۱۱) بدست آید.

۳-۳-۲. ریزش مورد انتظار

ES که با عنوان VaR شرطی یا VaR دنباله، نیز شناخته می‌شود، زیان مورد انتظار است که با توجه به این واقعیت که زیان از VaR فراتر رفته است محاسبه می‌شود و از این رو اطلاعات بیشتری درباره شکل دنباله بالا نسبت به VaR ارائه می‌دهد. بنابراین ES برای متغیر z_t ، با $g(z_t)$ به عنوان pdf بصورت زیر تعریف می‌شود

$$ES_{\alpha} = [z_t | z_t > \phi_t(\alpha)] = \int_{\phi_t(\alpha)}^{\infty} z_t g(z_t) dz_t \quad (27)$$

و برای چگالی SNP در معادله (۱۰) بصورت زیر می‌شود

$$ES_{\alpha} = \frac{\omega(\phi_t(\alpha))}{1 - \alpha} \left[1 + \sum_{r=3}^n [H_r(\phi_t(\alpha)) + rH_r(\phi_t(\alpha))] \right] \quad (28)$$

برای جزئیات بیشتر دل‌باریو^۱ (۲۰۲۰) را ملاحظه نمایید. به علاوه، ES را می‌توان برحسب کوانتیل‌های بطور پیوسته جمع‌زده شده فراتر از VaR محاسبه کرد و بنابراین برای افق زمانی $t + 1$ به صورت زیر بیان می‌شود

$$ES_{t+1,\alpha} = \mu_{t+1} + \sigma_{t+1} \left(\frac{1}{1-\alpha} \int_{\alpha}^1 \phi_u du \right) \quad (29)$$

که در آن ϕ_u تابع کوانتیل متغیر Z_{t+1} است. در نتیجه، امیر^۲ (۲۰۱۵) پیشنهاد دادند که ES از طریق متوسط‌گیری از N کوانتیل متناظر با سطوح اطمینان $\alpha_j = \alpha + \frac{j-1}{N}(1-\alpha), \forall j = 1, \dots, N, N \in \mathbb{N}$ تقریب زده شود. بویژه، در این مقاله، از تقریب معادله (۲۸) برای $N = 8$ استفاده می‌کنیم، زیرا حداقل یک مقدار مینیمم از $N \geq 4$ مطرح شده است که نتایج قابل اعتمادی را فراهم می‌کند (۳۰). به هر حال، هشت سطح از VaR برای بدست آوردن نتایج دقیق‌تر در این آزمون‌ها ترجیح داده می‌شود.

$$ES_{\alpha} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \phi_{\alpha + \frac{j-1}{N}(1-\alpha)} \quad (30)$$

اگر چه یک روش دقیق نیست، اما محاسبه تقریب آن دقیق و آسان است، برای مثال $\alpha = 0/975$ شامل محاسبه مستقل هشت سطح ($N = 8$) از VaR است: VaR-97/5%، VaR-97/8125%، VaR-98/125%، VaR-98/4375%، VaR-98/75%، VaR-98/0625%، VaR-99/375% و VaR-99/6875%. از این سطوح برای بدست آوردن تقریب ES-97/5% مقدار متوسط گرفته می‌شود.

۳-۳-۳. ریزش میانه

MS، میانه زیان ریسک دنباله است که با یک VaR مفروض تعریف می‌شود، از این رو معیاری از اطلاعات فراتر از VaR فراهم می‌کند که حساس به مقادیر دورافتاده نیست. شبیه VaR، یک معیار مبتنی بر کوانتیل است و بطور مستقیم محاسبه می‌شود، همانگونه که توسط کو و پنگ^۳ (۲۰۱۶) پیشنهاد شده است

$$MS_{\alpha} = Var_{\frac{1+\alpha}{2}} \quad (31)$$

¹. Del Brio

². Emmer

³. Kou and Peng

برطبق معادله بالا، MS-99% و MS-97/5% به صورت VaR-99/5% و VaR-98/75% تخمین زده می‌شود.

۳-۴. روش‌های بک تست

روش‌های بک تست برای بررسی عملکرد مدل‌های پیش‌بینی برحسب متغیرهای نمره مختلف مورد استفاده قرار می‌گیرند (کمپبل^۱، ۲۰۰۷). در این مقاله، این روش‌ها برای اهداف مدیریت ریسک اجرا می‌شود و از این رو، عملکرد VaR، ES و MS برای پیش‌بینی زیان‌های حقیقی پس‌نگر شاخص‌های اصلی بورس تهران مقایسه می‌شود.

۳-۴-۱. بک تست VaR

روش‌های بک تست، کل نمونه T را به یک پنجره تخمین غلتان با اندازه W_E و یک پنجره آزمون با اندازه $W_T = T - W_E$ تقسیم می‌کند. VaR یک روز به جلو در طول پنجره آزمون با غلتاندن پنجره تخمین (اضافه کردن یک مشاهده جدید بدون اینکه اندازه W_E تغییر کند) پیش‌بینی می‌شود و VaR پیش‌بینی شده که در هر پنجره تخمین بدست نی‌آید با زیان‌های واقعی برای همان دوره t مقایسه می‌شود (دنیلسون، ۲۰۱۱).

گفته می‌شود یک شکست یا استثناء در روز t+1 اتفاق خواهد افتاد هرگاه زیان‌های مشاهده شده (L_{t+1}) بیشتر از VaR پیش‌بینی شده برای احتمال مفروض α شود و در نتیجه یک تابع شاخص تعریف می‌شود که مقدار ۱ در این شرایط می‌گیرد و در غیر اینصورت مقدار ۰ می‌گیرد

$$I_{t+1}(\alpha) = \begin{cases} 1 & \text{if } L_{t+1} \geq VaR_{t+1}(\alpha) \\ 0 & \text{if } L_{t+1} < VaR_{t+1}(\alpha) \end{cases} \quad (32)$$

اگر تعداد نقض‌ها از $\alpha\%$ (1 - α) بیشتر شود، به دلیل آنکه استثناءهای مدل بیش برآورد شده، و ریسک آن کم برآورد می‌شود. از این رو، عملکرد مدل می‌تواند با روش‌های مختلف آزمون شود که از بین آن‌ها آزمون پوشش شرطی، که آزمون برنولی و استقلال را بطور مشترک آزمون می‌کند، و آزمون نسبت شکست کوپیک (۱۹۹۵)، انتخاب می‌شود (جیمنز، ۲۰۲۲).

آزمون نسبت پوشش برنولی. به عنوان آزمون پوشش غیرشرطی کوپیک (۱۹۹۵) نیز شناخته شده است و مبتنی است بر تعداد نقض‌هایی که هر روز اتفاق افتاده است. تحت تصریح صریح،

¹. Campbell

دنباله $I_{t+1}(\alpha)$ می‌بایست بطور یکسان و مستقل بصورت توزیع برنولی، توزیع شده باشد، که دقیقاً فرض صفر آزمون است:

$$H_0: I_{t+1} \sim i.i.d. Bernoulli(p) \quad (33)$$

آماره مبتنی بر نسبت راستنمایی (LR) است

$$LR_{uc} = -2 \ln \left(\frac{L(p)}{L(\hat{\Pi})} \right) = -2 \ln \left(\frac{(1-\alpha)^{T_0} \alpha^{T_1}}{(1-\hat{\pi})^{T_0} \hat{\pi}^{T_1}} \right) \rightarrow \chi_1^2 \quad (34)$$

که در آن T_0 (T_1) تعداد صفرها (یک‌ها) برای یک سطح احتمال α مفروض است و $\hat{\pi}$ نسبت شکست است که به صورت $T_0/(T_0 + T_1)$ محاسبه می‌شود. این LR از یک توزیع خی دو با یک درجه آزادی پیروی می‌کند و p -مقدار آن بصورت زیر محاسبه می‌شود

$$p\text{-value} = 1 - F_{\chi_1^2}(LR_{uc}) \quad (35)$$

که در آن $F_{\chi_1^2}(\cdot)$ تابع توزیع تجمعی χ_1^2 است.

آزمون استقلال. یک آزمون LR است که برای بررسی استقلال شکست‌ها طراحی شده است و درنظر می‌گیرد که تحت تصریح صحیح (فرضیه صفر)، توالی شکست‌ها این ویژگی را دارد. آماره آزمون در معادله (۳۶) داده می‌شود و p -مقدار آن در معادله (۳۵) محاسبه می‌شود

$$LR_{ind} = -2 \ln \left(\frac{L(\hat{\Pi})}{L(\hat{\Pi}_1)} \right) = -2 \ln \left(\frac{(1-\hat{\pi})^{T_0} \hat{\pi}^{T_1}}{(1-\hat{\pi}_{01})^{T_{00}} \hat{\pi}_{01}^{T_{01}} (1-\hat{\pi}_{11})^{T_{10}} \hat{\pi}_{11}^{T_{11}}} \right) \rightarrow \chi_1^2 \quad (36)$$

که در آن، نسبت شکست‌ها مبتنی هستند بر $I_t(\alpha) = j$ و $T_{ij} = \begin{cases} T_0 = T_{00} + T_{10} \\ T_1 = T_{11} + T_{01} \end{cases}$ $I_{t-1}(\alpha) = i$ آزمون نسبت شکست کویک. براساس نسبت شکست قرار دارد. اگر احتمال وقوع هر شکست ثابت و یکسان درنظر گرفته شود، در اینصورت تعداد کل شکست‌ها از یک توزیع دوجمله‌ای پیروی می‌کند. این آزمون، آماره LR بصورت زیر دارد

$$LR_{POF} = 2 \ln \left[\frac{\hat{\alpha}^{v_0} (1-\hat{\alpha})^{v-v_0}}{\alpha^{v_0} (1-\alpha)^{v-v_0}} \right] \quad (37)$$

که در آن $\hat{\alpha}$ نسبت تعداد شکست‌ها به کل پیش‌بینی است. ν تعداد نمونه و α سطح پوشش است.

۳-۴-۲. بک تست ES

کراتز^۱ (۲۰۱۸) یک رویکرد ساده برای بک تست ES مبتنی بر آزمون چندجمله‌ای برای سطوح مختلف VaR به جای یک آزمون دوجمله‌ای برای هر سطح VaR را پیشنهاد دادند. از این رو، این رویکرد یک روش ضمنی است برای آزمون ES، زیرا ES می‌تواند توسط یک مجموع وزنی از VaRها تقریب زده شود. هر VaR منفرد یک استثناء در هر روز t دارد و مجموع تعداد استثناءها برای N سطح در نظر گرفته شده از VaR در هر روز t در متغیر X_t جمع می‌شود، با مینیمم صفر و ماکزیمم N . این آزمون مبتنی است بر تعداد سلول‌های مشاهده شده O_j یعنی تعداد زمان‌هایی که $X_t = 0, X_t = 1, \dots, X_t = N$ در طول بک تست، یعنی

$$O_j = \sum_{t=1}^{W_T} I_{\{X_t=j\}}, \quad j = 0, 1, \dots, N \quad (38)$$

که W_T اندازه پنجره آزمون است، و $X_t = \sum_{j=1}^N I_{t,j}$ که در آن $I_{t,j} = I_{\{L_t > \text{VaR}_{\alpha_j,t}\}}$ یک تابع شاخص است که مقدار یک می‌گیرد هرگاه زیان‌ها از سطح $\text{VaR}_{\alpha_j,t}$ بیشتر شود. بنابراین، بردار $(O_0, \dots, O_N)$ از یک توزیع چندجمله‌ای پیروی می‌کند

$$(O_0, \dots, O_N) \sim MN(W_T, \alpha_1 - \alpha_0, \dots, \alpha_{N+1} - \alpha_N) \quad (39)$$

طبق این توزیع، آزمون‌های خی‌دو پیرسون و ناس^۲ می‌توانند برای تعیین عملکرد مدل‌های پیش‌بینی مورد استفاده قرار بگیرند.

آزمون پیرسون (پیرسون^۳، ۱۹۰۰):

$$S_N = \sum_{j=0}^N \frac{(O_{j+1} - W_T[\alpha_{j+1} - \alpha_j])^2}{W_T(\alpha_{j+1} - \alpha_j)} \sim \chi_N^2 \quad (40)$$

^۱. Kratz

^۲. Pearson and Nass tests

^۳. Pearson

که در آن O_j و $W_T(\alpha_{j+1} - \alpha_j)$ به ترتیب تعداد سلول‌های مشاهده شده و تعداد مورد انتظار استثناءها هستند.

آزمون ناس (ناس^۱، ۱۹۵۹):

$$hS_N \sim \chi_m^2 \quad (41)$$

که در آن $h = \frac{2E(S_N)}{\text{var}(S_N)}$ و $m = hE(S_N)$.

برای مقایسه، از هر دو آزمون و سطوح VaR با $N = 8$ استفاده می‌شود. در این مقاله، علاوه بر آزمون ES نوین، سه آزمون کاملاً جدید دیگر نیز در نظر گرفته شده است تا ارزیابی کامل‌تری از عملکرد مدل انجام شود: آزمون پسماند فراگذشت (ER) (مکنیل و فری^۲، ۲۰۰۰)، آزمون کالیبراسیون شرطی (CCa) (نولد و زیگل^۳، ۲۰۱۷) و آزمون رگرسیون (ESR) (بایر و دیمیتریادیس^۴، ۲۰۲۰) که سه تصریح مختلف را شامل می‌شود: "اکید"^۵ که عرض از مبدا و شیب را در رگرسیون شامل می‌شود، "کمکی"^۶ با یک رگرسیون کمکی برای بک‌تست مشترک VaR و ES و "عرض از مبدا"^۷ که در آن پارامتر شیب تصریح اکید، برابر یک است. آلترناتیوهای یک طرفه و دوطرفه به جز برای تصریح‌های اکید و کمکی، در نتایج در نظر گرفته شده است.

۳-۴-۳. بک‌تست MS

از آنجاییکه MS می‌تواند مستقیماً به عنوان VaR محاسبه شود، رابطه (۳۱)، پس روش‌های بک‌تست آن متفاوت از روش‌های بک‌تست توصیف شده برای VaR نمی‌شود.

۳-۵. مقایسه برای معیارهای ریسک

عملکرد مدل برای VaR و ES از طریق آزمون‌های دیبولد-ماریانو (DM) برای مقایسه‌های جفتی و آزمون‌های توانایی پیش‌بینی مساوی (EPA) برای MCS مورد مقایسه قرار می‌گیرد.

مقایسه نسبی برای VaR. برای این هدف، تابع نمره $S(x, y)$ در نظر گرفته می‌شود، که مبتنی است بر مشاهدات پیش‌بینی شده (x) و تحقق یافته (y) و متناظر است با یک تابع خطای

1. Nass

2. McNeil and Frey

3. Nolde and Ziegel

4. Bayer and Dimitriadis

5. Strict

6. Auxiliary

7. Intercept

پیش‌بینی که می‌باید مینیمم شود. یک تابع نمره برای VaR بصورت زیر تعریف می‌شود (فیسلر^۱، ۲۰۱۵)

$$S_v(v, x) = (I_{(x \leq v)} - \alpha)(\delta(v) - \delta(x)) \quad (42)$$

که در آن δ یک تابع اکیدا فزاینده است، v پیش‌بینی VaR و x بازده حقیقی است. آزمون DM (دیبولد و ماریانو^۲، ۱۹۹۵) اجرا می‌شود تا به مقایسه جفت مدل‌های VaR، بسته به هر تابع نمره پردازد و تعیین کند که آیا پیش‌بینی‌ها بطور معناداری متفاوت هستند. این مقایسه تفاوت مطلق بین VaRها و مشاهدات حقیقی را در نظر می‌گیرد

$$d_{ij,t} = S_v^{(i)}(v_t^{(i)}, x_t) - S_v^{(j)}(v_t^{(j)}, x_t) \quad (43)$$

که در آن $d_{ij,t}$ سری تفاضل زیان است، $S_v^{(i)}$ و $S_v^{(j)}$ تابع نمره را برای هر جفت (i, j) از مدل‌های VaR مشخص می‌کند.

آماره آزمون DM بصورت زیر محاسبه می‌شود

$$t_{ij} = \frac{\bar{d}_{ij}}{\sqrt{\widehat{\text{var}}(\bar{d}_{ij})}} \sim N(0,1) \quad (44)$$

بطوریکه $\bar{d}_{ij}$ میانگین d_{ij} و $\widehat{\text{var}}(\bar{d}_{ij})$ واریانس HAC است. هنگامی که فرضیه صفر $E[d_{ij}] = 0$ پذیرفته می‌شود، هر دو مدل از نظر آماری عملکرد یکسانی حاصل می‌کنند. مقایسه نسبی برای ES. برای ES، تابع نمره در نظر می‌گیرد که VaR و ES بطور مشترک استخراج کردنی هستند (فیسلر، ۲۰۱۵):

$$S_{V,E}(v, e, x) = (I_{x \leq v} - \alpha)(\delta_1(v) - \delta_1(x)) + \frac{1}{\alpha} \delta_2(e) I_{x \leq v} (v - x) + \delta_2(e)(e - v) - g_2(e) \quad (45)$$

¹. Fissler

². Diebold and Mariano

مجموعه اطمینان مدل. هانسن (۲۰۱۱) یک روشی را توسعه دادند که برای مقایسه بین مدل‌های مختلف با لحاظ تابع نمره، مورد استفاده قرار می‌گیرد. مجموعه اطمینان مدل (MCS) شامل یک دنباله از آزمون‌های آماری مبتنی بر مجموعه اولیه از مدل‌ها می‌شود که به صورت $M_{0,\alpha}$ (با تعداد m مدل) برای یک سطح اطمینان مفروض α تعریف می‌شود. بهترین مورد، M_α^* ، مجموعه برتر مدل‌ها^۱ (SSM) را تشکیل می‌دهد که $M_\alpha^* \leq M_{0,\alpha}$ ، که از طریق قاعده حذف تکراری بدست می‌آید که در آن بدترین مدل مطابق با نتایج آزمون فرضیه صفر EPA حذف می‌شود:

$$H_{1,M} = \mathbb{E}(d_{ij,t}) \neq 0 \text{ for some } i, j = 1, \dots, m$$

که در آن $d_{ij,t} = \ell_{i,t} - \ell_{j,t}$ تفاضل زیان بین مدل‌ها است، $i, j = 1, \dots, m$ ، با این فرض که میانگین متناهی و زمان مستقل دارد. آزمون برحسب یک آماره DM در معادله (۴۴) انجام می‌شود اما در این مورد $\bar{d}_{ij} = \frac{1}{m} \sum_{t=1}^m d_{ij,t}$ متوسط زیان بین مدل‌ها است، $\widehat{\text{var}}(\bar{d}_{ij})$ تخمین بوت‌استرپ واریانس‌ها است (لی، ۲۰۲۰). در پایان، مطابق با هانسن (۲۰۱۱) فرضیه صفر در معادله (۴۶) با آماره زیر سازگار است:

$$T_M = \max_{i,j \in M} |t_{ij}| \quad (47)$$

۴-۱. آماره‌های توصیفی و نتایج درون نمونه‌ای

در این مقاله از سری‌های زمانی شش شاخص اصلی بورس تهران با فراوانی روزانه و طی بازه زمانی ۱۳۸۶/۵/۲۳ لغایت ۱۴۰۴/۳/۱۳، استفاده شده است. اطلاعات آماری شاخص‌های مذکور از نرم‌افزار ره‌آورد نوین ۳ جمع‌آوری شده است و تجزیه و تحلیل‌ها با استفاده از نرم‌افزارهای Rstudio، MATLAB و Python انجام شده‌اند.

¹. Superior Set of Models

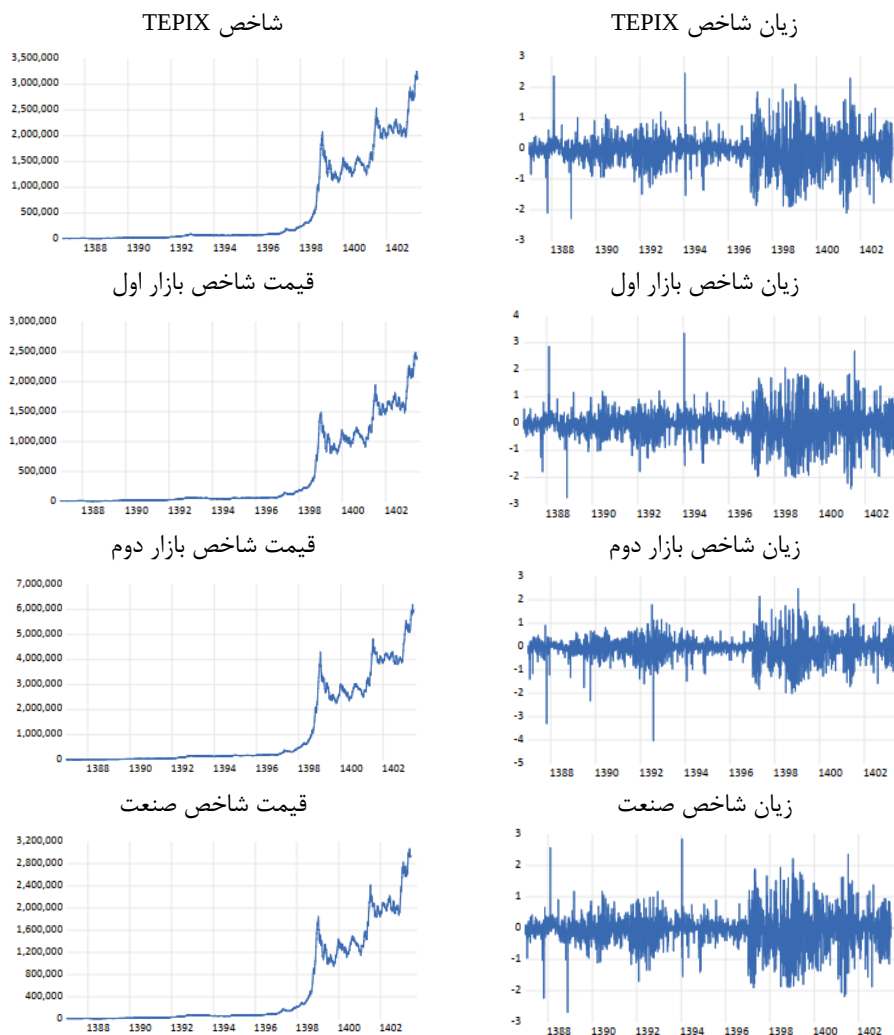
². Le

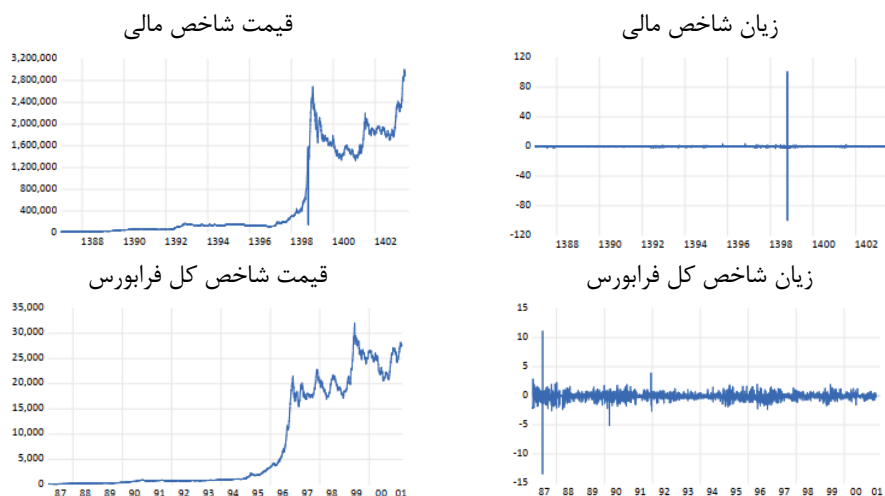
برای سری‌های زمانی مذکور بازده روزانه منفی یا زیان‌ها بصورت زیر محاسبه می‌شود

$$L_t = -100[\ln(P_t) - \ln(P_{t-1})] \quad (48)$$

که L_t اشاره به زیان‌ها دارد و P_t و P_{t-1} قیمت‌ها در یک روز و روز قبل می‌باشند. شکل ۱ قیمت‌ها را در سطح و زیان‌ها را بصورت درصد برای شش شاخص و برای کل بازه زمانی به تصویر می‌کشد.

شکل (۱): قیمت و زیان شاخص‌های اصلی بورس تهران





منبع: یافته‌های پژوهش

آماره‌های توصیفی برای زیان‌ها در جدول ۱ گزارش شده است. شاخص مالی بیشترین مقدار نوسانات را دارا است. سایر شاخص‌ها نوسانات پایینی را به نمایش گذاشته‌اند. مقدار نوسانات شاخص مالی سه برابر نوسانات سایر شاخص‌ها است. مقدار مینیمم ۹۹/۶۹۵- و ماکزیمم ۱۰۰/۹۷۹ زیان شاخص مالی خیلی بزرگ‌تر از سایر شاخص‌ها است. در نتیجه مقادیر حدی در این شاخص نسبت به سایر شاخص‌ها بیشتر دیده می‌شود که کشیدگی مازاد بالا و دنباله‌های سنگین را موجب می‌شود. کشیدگی مازاد شاخص مالی بیشترین مقدار ۱۰۱۸/۵۴۷ را دارد و کمترین مقدار کشیدگی مازاد مربوط به شاخص صنعت و شاخص بازار اول به ترتیب ۳/۸۷۹ و ۳/۸۶۱ می‌شود. تنها شاخصی که چولگی مثبتی برای زیان‌ها حاصل کرده شاخص مالی است. برای سایر شاخص‌ها بیشترین مقدار به شاخص بازار اول، شاخص صنعت و شاخص TEPIX به ترتیب ۰/۱۴۲-، ۰/۲۲۲- و ۰/۲۲۶- می‌شود. این تفاوت بین شاخص‌ها توجیه کننده مطالعه چگالی زیان شاخص‌ها با استفاده از متدولوژی انعطاف‌پذیر که قادر است تفاوت بین آن‌ها را دربر بگیرد، است.

جدول (۱): آماره‌های توصیفی برای زیان شاخص‌ها

تعداد مشاهدات	TEPIX	بازار اول	بازار دوم	صنعت	مالی	کل فرابورس
۴۲۹۰	۴۲۹۰	۴۲۹۰	۴۲۹۰	۴۲۸۹	۴۲۸۹	۳۷۳۹
۲/۲۸۵-	۲/۷۵۲-	۴/۰۲۰-	۲/۶۹۶-	۹۹/۶۹۵-	۱۳/۴۳۸-	

میانه	-۰/۰۲۳	-۰/۰۲۱۳	-۰/۰۲۶	-۰/۰۲۵	-۰/۰۰۳	-۰/۰۳۴
میانگین	-۰/۰۵۹	-۰/۰۵۷	-۰/۰۶۴	-۰/۰۶۰	-۰/۰۵۱	-۰/۰۶۵
ماکزیمم	۲/۴۶۳	۳/۳۵۵	۲/۴۷۷	۲/۸۴۶	۱۰۰/۹۷۹	۱۱/۱۱۵
انحراف معیار	۰/۴۴۸	۰/۴۹۷	۰/۴۲۳	۰/۴۶۷	۳/۰۸۶	۰/۶۲۴
واریانس	۰/۲۱۹	۰/۲۷۸	۰/۲۰۱	۰/۲۴۴	۱۱/۳۰۳	۰/۲۸۳
چولگی	-۰/۲۲۶	-۰/۱۴۲	-۰/۶۰۸	-۰/۲۲۲	۰/۱۹۴	-۱/۳۰۲
کشیدگی مازاد	۳/۷۲۲	۳/۸۶۱	۵/۷۸۸	۳/۸۷۹	۱۰۱۸/۵۴۷	۸۵/۵۶۷

منبع: یافته‌های پژوهش

در جدول ۲، تخمین‌های حداکثر راست‌نمایی (ML) برای پارامترهای مدل AR(1)-GJR و GARCH(1,1) و تصریح‌های چگالی‌ها (گوسی، استیودنت t ، استیودنت t چوله، و چگالی‌های SNP) برای هر شاخص گزارش شده است. تخمین‌ها برای اولین پنجره درون‌نمونه‌ای از بک‌تست محاسبه شده‌اند. تعداد ۱۵۰۰ مشاهده آخر برای بک‌تست کنار گذاشته شده است. در برخی موارد پارامترهای مدل AR(1) از نظر آماری معنادار نیست (که منعکس کننده توانایی ضعیف مولفه میانگین زیان برای پیش‌بینی است) اما ساختار AR در پنجره‌های تخمین فرآیند بک‌تست حفظ می‌شود. پارامترهای GARCH از معناداری آماری بالایی برخوردار هستند. مقدار تخمین پارامترها نمایانگر رفتار ماندگار نوسانات در واریانس شرطی و دنباله‌های سنگین در پسماندهای استاندارد شده، است. ملاحظه می‌شود که اثر اهرمی تنها هنگامی که چگالی گوسی برای پسماندهای استاندارد شده حاصل از تصریح GJR-GARCH برازش می‌شود برای همه شاخص‌ها معنادار است.

تخمین درجه آزادی توزیع‌های استیودنت t (V) معنادار است و بزرگتر از عدد ۳ است. این نشان می‌دهد که این توزیع‌های پارامتری نیز مناسب هستند. پارامتر چولگی توزیع t چوله (۳) برای همه شاخص‌ها از نظر آماری معنادار و نزدیک عدد یک است. این نشان می‌دهد که شاخص‌ها دارای چولگی منفی هستند.

در این مقاله، دو تصریح مختلف از چگالی‌های SNP نیز در نظر گرفته شده است تا نشان‌دهنده اهمیت طول بسط و برجسته کردن بخش حدى دنباله‌ها (منبع اصلی ریسک) باشد. پارامترهای AR-GJR-GARCH و SNP در دو مرحله تخمین زده شده‌اند. پارامترهای زوج این بسط (C4 و C6) مثبت و معنادار هستند، که منعکس کننده شکل لپتوکورتیک (قله تند با رخداد‌های حدى

فراوان) و پارامترهای فرد (C3) برای بسط کوتاه‌تر بجز برای شاخص بازار دوم و شاخص صنعت معنادار نیست و برای SNP با بسط بزرگ‌تر، C3 برای همه سری‌ها بجز برای شاخص‌های بازار دوم، صنعت و مالی از نظر آماری معنادار نیست.

جدول (۲): برازش چگالی‌ها

گوسی	TEPIX	بازار اول	بازار دوم	صنعت	مالی	کل فرابورس
Φ_0	-۰/۰۰۴ (۰/۳۷۶)	-۱/۱۹e-۰۵ (۰/۹۹۸)	-۰/۰۱۵ (۰/۰۰۱)	-۰/۰۰۶ (۰/۲۲۷)	-۰/۰۱۸ (۰/۰۱۶)	-۰/۰۱۶ (۰/۱۲۵)
Φ_1	۰/۴۱۱ (۰/۰۰۰)	۰/۴۱۳ (۰/۰۰۰)	۰/۳۷۵ (۰/۰۰۰)	۰/۴۱۶ (۰/۰۰۰)	۰/۳۶۵ (۰/۰۰۰)	۰/۲۹۱ (۰/۰۰۰)
ω	۰/۰۰۴ (۰/۰۰۰)	۰/۰۱۲ (۰/۰۰۰)	۰/۰۰۱ (۰/۰۰۰)	۰/۰۰۷ (۰/۰۰۰)	۰/۰۰۶ (۰/۰۰۰)	۰/۰۴۳ (۰/۰۰۰)
α	۰/۷۴۵ (۰/۰۰۰)	۰/۶۴۷ (۰/۰۰۰)	۰/۹۳۱ (۰/۰۰۰)	۰/۷۵۵ (۰/۰۰۰)	۰/۸۷۴ (۰/۰۰۰)	۰/۵۳۰ (۰/۰۰۰)
β	۰/۱۵۸ (۰/۰۰۰)	۰/۱۸۴ (۰/۰۰۰)	۰/۰۵۹ (۰/۰۰۰)	۰/۱۳۳ (۰/۰۰۰)	۰/۰۲۹ (۰/۰۰۰)	۰/۳۳۰ (۰/۰۰۰)
γ	۰/۱۴۲ (۰/۰۰۰)	۰/۱۴۷ (۰/۰۰۰)	۰/۰۱۹۵ (۰/۰۰۰)	۰/۱۰۲ (۰/۰۰۰)	۰/۰۹۶ (۰/۰۰۰)	۰/۲۷۹ (۰/۰۰۰)
استیودنت t						
Φ_0	-۰/۰۱۰ (۰/۰۰۴)	-۰/۰۰۰ (۰/۰۷۷)	-۰/۰۰۹ (۰/۰۰۲)	-۰/۰۰۹ (۰/۰۰۸)	۰/۰۰۱ (۰/۸۷۵)	-۰/۰۲۰ (۰/۰۰۹)
Φ_1	۰/۴۱۱ (۰/۰۰۰)	۰/۴۱۶ (۰/۰۰۰)	۰/۳۴۲ (۰/۰۰۰)	۰/۴۰۱ (۰/۰۰۰)	۰/۳۷۴ (۰/۰۰۰)	۰/۱۸۲ (۰/۰۰۰)
ω	۰/۰۰۱ (۰/۰۰۰)	۰/۰۰۲ (۰/۰۰۰)	۰/۰۰۱ (۰/۰۰۰)	۰/۰۰۱ (۰/۰۰۰)	۰/۰۰۱ (۰/۰۰۰)	۰/۰۱۳ (۰/۰۰۰)
α	۰/۸۳۰ (۰/۰۰۰)	۰/۸۱۸ (۰/۰۰۰)	۰/۸۶۰ (۰/۰۰۰)	۰/۸۴۲ (۰/۰۰۰)	۰/۸۳۳ (۰/۰۰۰)	۰/۶۹۰ (۰/۰۰۰)
β	۰/۱۲۶ (۰/۰۰۰)	۰/۱۲۷ (۰/۰۰۰)	۰/۱۲۲ (۰/۰۰۰)	۰/۱۱۳ (۰/۰۰۰)	۰/۱۱۰ (۰/۰۰۰)	۰/۳۲۰ (۰/۰۰۰)
γ	۰/۰۸۷ (۰/۰۰۲)	۰/۱۰۹ (۰/۰۰۰)	۰/۰۳۷ (۰/۱۲۳)	۰/۰۹۰ (۰/۰۰۱)	۰/۱۱۳ (۰/۰۰۰)	-۰/۰۲۰ (۰/۷۰۷)
N	۴/۳۱ (۰/۰۰۰)	۴/۲۵ (۰/۰۰۰)	۴/۱ (۰/۰۰۰)	۴/۱۷ (۰/۰۰۰)	۳/۹۵ (۰/۰۰۰)	۴/۸۲ (۰/۰۰۰)
استیودنت t چوله						
Φ_0	-۰/۰۲۱ (۰/۰۰۰)	-۰/۰۱۸ (۰/۰۰۰)	-۰/۰۲۱ (۰/۰۰۰)	-۰/۰۲۰ (۰/۰۰۰)	-۰/۰۰۷ (۰/۰۰۰)	-۰/۰۳۴ (۰/۰۰۰)

(-۳/۹۷۶)	(-۱/۲۳۹)	(-۳/۳۵۱)	(-۴/۲۵۹)	(-۲/۶۸۹)	(-۳/۵۲۷)	
۰/۲۷۰ (۱۵/۹۷۸)	۰/۳۶۸ (۲۴/۲۱۵)	۰/۳۹۱ (۲۶/۶۰۵)	۰/۳۶۳ (۲۴/۸۶۳)	۰/۳۹۵ (۲۶/۴۸۰)	۰/۳۹۶ (۲۶/۹۱۴)	Φ_1
۰/۰۰۸ (۵/۱۴۳)	۰/۰۰۲ (۴/۷۸۶)	۰/۰۰۱ (۳/۴۵۱)	۰/۰۰۱ (۳/۳۹۱)	۰/۰۰۱ (۳/۴۱۵)	۰/۰۰۱ (۳/۳۹۳)	ω
۰/۲۳۶ (۷/۸۸۱)	۰/۲۰۴ (۹/۴۰۸)	۰/۱۰۲ (۶/۱۵۷)	۰/۰۹۷ (۶/۸۶۹)	۰/۱۰۷ (۵/۹۰۸)	۰/۱۰۳ (۶/۰۷۹)	α
۰/۷۶۷ (۳۷/۳۳۳)	۰/۷۶۹ (۴۹/۵۹۰)	۰/۸۷۳ (۶۱/۶۲۷)	۰/۸۸۹ (۷۹/۰۶۳)	۰/۸۶۷ (۵۴/۶۸۳)	۰/۸۷۳ (۵۹/۵۲۷)	β
-۰/۰۰۸ (-۰/۲۷۹)	۰/۰۵۴۴ (۲/۱۰۳)	۰/۰۴۸ (۳/۱۴۵)	۰/۰۲۷ (۱/۹۳۰)	۰/۰۵۰ (۳/۰۹۴)	۰/۰۴۶ (۳/۰۴۴)	γ
۰/۹۶۹ (۴۵/۵۳۳)	۰/۹۳۶ (۵۰/۶۹۷)	۰/۹۷۳ (۴۸/۵۸۳)	۰/۹۵۳ (۴۸/۲۷۰)	۰/۹۶۶ (۴۶/۸۸۵)	۰/۹۷۶ (۴۸/۰۴۰)	ξ
۵/۲۷۹ (۱۲/۹۱۱)	۴/۴۲۷ (۲۰/۰۵۳)	۵/۰۳۹ (۱۵/۲۹۷)	۴/۸۲ (۱۶/۵۱۰)	۵/۱۹۹ (۱۴/۶۵۶)	۵/۱۸۵ (۱۴/۸۲۶)	N
						C ₄ و C ₃ SNP
۰/۰۱۸ (۰/۰۷۴)	-۰/۲۸۷ (۰/۰۷۳)	-۰/۰۷۸ (۰/۰۷۲)	-۰/۱۴۰ (۰/۰۷۴)	۰/۰۱۷ (۰/۰۷۲)	۰/۰۱۳ (۰/۰۷۱)	C ₃
۴/۵۸۱ (۰/۱۳۸)	۴/۸۱۴ (۰/۱۳۴)	۴/۷۱۹ (۰/۱۳۶)	۴/۸۹۶ (۰/۱۳۳)	۴/۶۰۳ (۰/۱۳۷)	۴/۵۷۵ (۰/۱۳۶)	C ₄
						C ₈ , C ₆ , C ₄ , C ₃ SNP
-۰/۰۶۵ (۰/۰۷۲)	-۰/۳۲۸ (۰/۰۷۲)	-۰/۲۴۸ (۰/۰۶۶)	-۰/۲۰۲ (۰/۰۶۹)	-۰/۰۷۲ (۰/۰۷۰)	-۰/۰۵۰ (۰/۰۶۹)	C ₃
۴/۷۵۱ (۰/۱۷۴)	۴/۸۲۱ (۰/۱۶۱)	۴/۹۳۵ (۰/۱۷۴)	۵/۳۱۳ (۰/۱۷۱)	۴/۷۶۷ (۰/۱۷۰)	۴/۷۷۲ (۰/۱۷۱)	C ₄
۲/۳۱۱ (۰/۹۹۱)	۰/۵۰۲ (۰/۸۶۵)	۳/۴۰۲ (۱/۰۳۷)	۴/۴۸۱ (۱/۱۶۶)	۲/۱۸۹ (۱/۰۱۲)	۲/۴۹۳ (۰/۹۹۰)	C ₆
۴/۲۵۸ (۴۴/۴۸۱)	۱۰/۸۰۶ (۴۳/۰۲۶)	۴۹/۵۵۶ (۴۵/۲۶۳)	۴/۸۹۳ (۴۵/۴۶۲)	۴/۸۳۸ (۴۴/۳۳۷)	-۰/۱۱۴ (۴۴/۵۱۶)	C ₈

برای تصریح‌های گوسی و استیودنت t، p-مقدار در پرائنتر قرار داده شده است. برای تصریح t چوله مقدار آماره t در پرائنتر قرار داده شده است. برای تصریح‌های SNP، مقدار انحراف معیار در پرائنتر قرار داده شده است.

منبع: یافته‌های پژوهش

۴-۲. نتایج بک تست ارزش در معرض ریسک

در پژوهش حاضر تمرکز بر بک تست $\text{VaR-99\%}$ و $\text{VaR-97.5\%}$ به عنوان معیارهایی که بطور گسترده برای ارزیابی ریسک استفاده می‌شوند شده است. همچنین اندازه پنجره آزمون برای همه شاخص‌ها یکسان و برابر $W_T = T - W_E = 1500$ مشاهده است. در جدول ۳ دو پنل برای $\text{VaR-99\%}$ و $\text{VaR-97.5\%}$ قرار داده شده است. عملکرد سری‌ها براساس آزمون پوشش شرطی CC و آزمون نسبت شکست POF و تعداد استثناء مشاهده شده مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. استثناء مورد انتظار بستگی دارد به سطح اطمینان (97.5% و 99%) و اندازه پنجره آزمون W_T و برای هر شاخص در جدول ۳ گزارش شده است. هر مدلی که تعداد استثناء مشاهده شده نزدیک به تعداد استثناء مورد انتظار داشته باشد بهتر است. ملاحظه می‌شود که برای هر دو تصریح SNP، برای همه شاخص‌ها، تعداد استثناءها بیش از حد برآورد شده‌اند از این رو این مدل‌ها ریسک را کمتر از حد تخمین می‌زنند. اما در تصریح‌های پارامتریک برای شاخص‌های بازار اول، صنعت و کل فرابورس، تعداد استثناءها کمتر از حد برآورد شده و ریسک بیشتر از حد تعمین زده شده است. این نکته این حقیقت را نشان می‌دهد که تصریح‌های پارامتریک معیارهای ریسک محافظه‌کارتری را فراهم می‌کنند.

برای اکثر شاخص‌ها، آزمون CC نتایج یکسانی را حاصل کرده است. برای هر دو $\text{VaR-99\%}$ و $\text{VaR-97.5\%}$ ، همه توزیع‌های پارامتریک و SNP و GC رد می‌شوند. برای $\text{VaR-99\%}$ ، نتایج آزمون POF نشان می‌دهد که توزیع گوسی برای همه شاخص‌ها رد می‌شود. توزیع استیودنت t برای شاخص‌های TEPIX، بازار دوم و مالی رد نمی‌شود. توزیع t چوله برای همه شاخص‌ها بجز شاخص صنعت و شاخص کل فرابورس رد نمی‌شود. توزیع‌های SNP و GC نیز برای همه شاخص‌ها رد شده‌اند. ملاحظه می‌شود که توزیع t چوله و توزیع استیودنت t برای مدل‌سازی $\text{VaR-99\%}$ عملکرد کافی دارد.

نتایج برای $\text{VaR-97.5\%}$ نشان می‌دهد که برای شاخص کل فرابورس، همه توزیع‌های پارامتریک و توزیع GC مثبت، ریسک را بیشتر از حد برآورد می‌کنند. اما برای سایر شاخص‌ها، همه توزیع‌های پارامتریک، SNP و GC، تعداد استثناءها را بیشتر از حد برآورد و بنابراین ریسک را کمتر از حد تخمین می‌زنند. همچنین برطبق آزمون POF، دو توزیع استیودنت t و t چوله برای دو شاخص صنعت و مالی رد نمی‌شوند.

جدول (۳): بک تست VaR-99% و VaR-97.5%

کل فرابورس	مالی	صنعت	بازار دوم	بازار اول	TEPIX	
						پنل A: VaR99%
۱۵۰	۱۵۰	۱۵۰	۱۵۰	۱۵۰	۱۵۰	تعداد استثناء مورد انتظار
						گوسی
۰	۲۰۵	۱۷۹	۲۲۱	۲۰۶	۲۱۰	تعداد استثناء تحقق یافته
۳۱۶/۰۸ (۲/۳۱e-۶۹)	۲۲۹/۷۳ (۱/۳۰e-۵۰)	۵/۹۰ (۰/۰۱۵۱)	۲۳۰/۷۶ (۷/۷۹e-۵۱)	۱۲۳/۳۳ (۱/۶۶e-۲۷)	۱۷۴/۱۴ (۱/۵۳e-۳۸)	آزمون CC
۳۱۶/۰۸ (۱/۰۳e-۷۰)	۲۰/۳۴ (۶/۴۶e-۰۶)	۵۹۷/۷۶ (۵/۱۴e-۱۳۲)	۳۳/۰۹ (۸/۸۱e-۰۹)	۲۱/۰۵۹ (۴/۴۵e-۰۶)	۲۴/۰۳ (۹/۵۱e-۰۷)	آزمون POF
						استیودنت t
۰	۱۳۹	۸۳	۱۵۰	۱۰۶	۱۴۱	تعداد استثناء تحقق یافته
۳۱۶/۰۸ (۲/۳۱e-۶۹)	۱۸۸/۱۹ (۱/۳۶e-۴۱)	۱۳۰/۸۷ (۳/۸۲e-۲۹)	۱۵۰/۲۳ (۲/۳۹e-۳۳)	۱۰۹/۸۸ (۱/۳۸e-۲۴)	۱۱۵/۰۱ (۱/۰۶e-۲۵)	آزمون CC
۳۱۶/۰۸ (۱/۰۳e-۷۰)	۰/۹۲ (۰/۳۴)	۳۹/۰۳ (۴/۱۷e-۱۰)	۶/۶۶e-۱۴ (۱/۰۰۰)	۱۵/۸۱ (۶/۹۹e-۰۵)	۰/۶۱ (۰/۴۳)	آزمون POF
						استیودنت t چوله
۰	۱۵۱	۱۰۶	۱۶۳	۱۳۲	۱۵۸	تعداد استثناء تحقق یافته
۳۱۶/۰۸ (۲/۳۱e-۶۹)	۲۰۹/۸۴ (۲/۷۱e-۴۶)	۱۱۴/۹۳ (۱/۱۰e-۲۵)	۱۶۳/۴۳ (۳/۲۵e-۳۶)	۹۱/۵۴ (۱/۳۲e-۲۰)	۱۲۰/۳۹ (۷/۲۲e-۲۷)	آزمون CC
۳۱۶/۰۸ (۱/۰۳e-۷۰)	۰/۰۰۷۴ (۰/۹۳۱۵)	۱۵/۸۱ (۶/۹۹e-۰۵)	۱/۲۲ (۰/۲۶۹۲)	۲/۴۹ (۰/۱۱۴۵)	۰/۴۷ (۰/۴۹)	آزمون POF
						C4 و C3 SNP
۴۵۹	۴۴۸	۴۹۸	۴۹۶	۴۹۳	۵۰۸	تعداد استثناء تحقق یافته
۵۶۱/۲۹ (۱/۳۰e-۱۲۲)	۶۲۰/۶۹ (۱/۶۵e-۱۳۵)	۷۲۹/۱۱ (۴/۷۴e-۱۵۹)	۷۹۶/۲۹ -۱۷۳) (۱/۲۲e	۷۲۱/۵۵ (۲/۰۸e-۱۵۷)	۷۸۵/۴۲ (۲/۸۰e-۱۷۱)	آزمون CC
۴۸۵/۵۵ (۱/۳۳e-۱۰۷)	۴۵۵/۶۰ (۴/۳۵e-۱۰۱)	۵۹۷/۷۶ (۵/۱۴e-۱۳۲)	۵۹۱/۷۸ -۱۳۰) (۱/۰۳e	۵۸۲/۸۵ (۸/۹۸e-۱۲۹)	۶۲۸/۰۲ (۱/۳۵e-۱۳۸)	آزمون POF
						C8 و C6، C4، C3 SNP
۵۶۶	۵۳۳	۶۰۲	۵۹۴	۶۰۱	۱۱۲۹	تعداد استثناء تحقق یافته
۸۹۱/۲۹ (۲/۸۸e-۱۹۴)	۸۴۹/۷۲ (۳/۰۶e-۱۸۵)	۱/۰۷e+۰۳ (۱/۹۹e-۲۳۳)	۱/۱۳e+۰۳ (۸/۶۳e-۲۴۶)	۱/۰۶e+۰۳ (۶/۱۸e-۲۳۰)	۳/۶۵e+۰۳ (۰/۰۰۰)	آزمون CC
۸۱۵/۱۱ (۲/۷۹e-۱۷۹)	۷۰۶/۲۷ (۱/۲۹e-۱۵۵)	۹۴۰/۸۹ (۱/۲۷e-۲۰۶)	۹۱۲/۳۲ -۲۰۰) (۲/۰۶e	۹۳۷/۳۰ (۷/۶۴e-۲۰۶)	۳/۵۹e+۰۳ (۰/۰۰۰)	آزمون POF

						PGC C ₆ , C ₄ , C ₂
۰	۱۰۸۷	۱۰۹۳	۱۰۸۷	۷۸	101	تعداد استثناء تحقق یافته
آزمون CC	۳۱۶/۰۰۸ (۲/۳۱e-۶۹)	۳/۴۲e+۰۳ (۰/۰۰۰)	۳/۴۲e+۰۳ (۰/۰۰۰)	۱۳۵/۲۰ (۴/۳۸e-۳۰)	۱۱۲/۳۴ (۴/۰۳e-۲۵)	
آزمون POF	۳۱۶/۰۰۸ (۱/۰۳e-۷۰)	۳/۳۳e+۰۳ (۰/۰۰۰)	۳/۳۷e+۰۳ (۰/۰۰۰)	۴۵/۷۶ (۱/۳۴e-۱۱)	۱۹/۸۶ (۸/۳۲e-۰۶)	
						پنل B: VaR97.5%
۳۷/۵	۳۷/۵	۳۷/۵	۳۷/۵	۳۷/۵	۳۷/۵	تعداد استثناء مورد انتظار
						گوسی
۱۱	۲۴۱	۲۲۷	۲۵۶	۲۴۸	۲۵۲	تعداد استثناء تحقق یافته
آزمون CC	۵۶۱/۲۹ (۱/۳۰e-۱۲۲)	۲۵۸/۹۵ (۵/۸۸e-۵۷)	۱۶۴/۱۷ (۲/۲۴e-۳۶)	۲۷۹/۲۱ (۲/۳۵e-۶۱)	۱۹۲/۶۰ (۱/۵۰e-۴۲)	
آزمون POF	۲۳۴/۳۶ (۶/۶۶e-۵۳)	۵۲/۸۲ (۳/۶۵e-۱۳)	۳۸/۵۸ (۵/۲۶e-۱۰)	۷۰/۲۴ (۵/۲۶e-۱۷)	۶۰/۶۸ (۶/۷۲e-۱۵)	
						استیودنت t
۰	۱۷۴	۱۴۶	۱۹۴	۷۸	۱۸۶	تعداد استثناء تحقق یافته
آزمون CC	۳۱۶/۰۰۸ (۲/۳۱e-۶۹)	۲۴۳/۴۸ (۱/۳۴e-۵۳)	۹۲/۸۳ (۶/۹۶e-۲۱)	۱۹۳/۶۸ (۸/۷۶e-۴۳)	۱۴۲/۲۵ (۱/۲۸e-۳۱)	
آزمون POF	۳۱۶/۰۰۸ (۱/۰۳e-۷۰)	۴/۰۸ (۰/۰۴)	۰/۱۲ (۰/۷۳)	۱۳/۲۵ (۲/۷۲e-۰۴)	۸/۹۹ (۰/۰۰۳)	
						استیودنت t چوله
۰	۱۹۶	۱۶۸	۲۱۲	۱۸۹	۲۰۰	تعداد استثناء تحقق یافته
آزمون CC	۳۱۶/۰۰۸ (۲/۳۱e-۶۹)	۲۲۶/۴۶ (۶/۶۷e-۵۰)	۶۹/۹۹ (۸/۶۷e-۲۲)	۲۱۶/۴۱ (۱/۰۲e-۴۷)	۱۰۳/۰۵ (۴/۱۹e-۲۳)	
آزمون POF	۳۱۶/۰۰۸ (۱/۰۳e-۷۰)	۱۴/۴۴ (۱/۴۵e-۰۴)	۲/۳۲ (۰/۱۳)	۲۵/۵۸ (۴/۲۵e-۰۷)	۱۰/۴۹ (۰/۰۰۱)	
						C ₄ و C ₃ SNP
۴۵۹	۴۴۸	۴۹۸	۴۹۷	۴۹۳	۵۰۹	تعداد استثناء تحقق یافته
آزمون CC	۵۶۱/۲۹ (۱/۳۰e-۱۲۲)	۶۲۰/۶۹ (۱/۶۵e-۱۳۵)	۷۲۹/۱۱ (۴/۷۴e-۱۵۹)	۸۰۰/۰۷ -۱۷۴ (۱/۸۵e)	۷۲۱/۵۵ (۲/۰۸e-۱۵۷)	
آزمون POF	۴۸۵/۵۵ (۱/۳۳e-۱۰۷)	۴۵۵/۶۰ (۴/۳۵e-۱۰۱)	۵۹۷/۷۶ (۵/۱۴e-۱۳۲)	۵۹۴/۷۷ -۱۳۱ (۲/۳۰e)	۵۸۲/۸۵ (۸/۹۸e-۱۲۹)	
						C ₈ و C ₆ , C ₄ , C ₃ SNP
۵۶۶	۵۳۳	۶۰۲	۵۹۴	۶۰۱	۱۱۲۹	تعداد استثناء تحقق یافته
آزمون CC	۸۹۱/۲۹ (۲/۸۸e-۱۹۴)	۷۰۶/۲۷ (۱/۲۹e-۱۵۵)	۱/۰۷e+۰۳ -۲۴۶ (۱/۱۲e)	۱/۰۶e+۰۳ (۶/۱۸e-۲۳۰)	۳/۶۵e+۰۳ (۰/۰۰۰)	

آزمون POF	۳/۵۹e+۰۳ (۰/۰۰۰)	۹۳۷/۳۰ (۷/۶۴e-۲۰۶)	۹۱۲/۳۱ -۲۰۰) (۲/۰۶e	۹۴۰/۸۹ (۱/۲۷e-۲۰۶)	۷۰۶/۲۷ (۱/۲۹e-۱۵۵)	۸۱۵/۱۱ (۲/۷۹e-۱۷۹)
PGC C6, C4, C2						
تعداد استثناء تحقق یافته	۱۱۹	۸۷	۱۰۸۸	۱۰۹۵	۱۰۸۸	۰
آزمون CC	۹۴/۷۶ (۲/۶۵e-۲۱)	۱۳۵/۲۰ (۴/۳۸e-۳۰)	۳/۴۳e+۰۳ (۰/۰۰۰)	۳/۴۴e+۰۳ (۰/۰۰۰)	۳/۳۳e+۰۳ (۰/۰۰۰)	۳۱۶/۰۸ (۲/۳۱e-۶۹)
آزمون POF	۷/۶۱ (۰/۰۰۶)	۳۴/۱۱ (۵/۲۰e-۰۹)	۳/۳۳e+۰۳ (۰/۰۰۰)	۳/۳۸e+۰۳ (۰/۰۰۰)	۳/۳۳e+۰۳ (۰/۰۰۰)	۳۱۶/۰۸ (۱/۰۳e-۷۰)

منبع: یافته‌های پژوهش

در جدول ۴، عملکرد نسبی مدل‌ها، بصورت مقایسه جفتی از آن‌ها، برطبق آزمون DM گزارش شده است. برای VaR-99% و برای شاخص‌های بازار دوم، مالی و صنعت، مدل SNP با بسط طولانی‌تر عملکرد برتری فقط نسبت به مدل GC مثبت (PGC) دارد. برای شاخص TEPIX، مدل SNP با بسط کوتاه‌تر عملکرد برتری نسبت به مدل SNP با بسط طولانی‌تر در سطح ۹۰٪ دارد. برای شاخص مالی، بسط SNP کوتاه عملکرد برتری نسبت به بسط GC مثبت دارد.

جدول ۵، نتایج آزمون DM را برای VaR-97.5% گزارش کرده است. ملاحظه می‌شود که مشابه VaR-99%، مدل SNP برای سه شاخص بازار دوم، صنعت و مالی، عملکرد برتری تنها نسبت به بسط GC مثبت در سطح ۹۰٪ دارد.

در جدول ۶، نتایج آزمون MCS تحت هر دو سطح VaR گزارش شده است. ملاحظه می‌شود که برای اکثر شاخص‌ها، مدل PGC از مجموعه اطمینان مدل حذف نمی‌شود. اما P-مقدار برای سایر مدل‌ها به اندازه‌ای کوچک است که نمی‌توانند متعلق به مجموعه اطمینان مدل شوند. ستون اول نیز رتبه‌بندی مدل‌ها را گزارش می‌کند.

۴-۳. نتایج بک تست ریزش مورد انتظار

در این بخش، نتایج بک تست ES-97.5% گزارش شده است که معیار ریسک استاندارد برای جایگزینی VaR-99% محسوب می‌شود. در جدول ۷، دو آزمون چندجمله‌ای در نظر گرفته شده است: آزمون‌های پیرسون و ناس مربوط به معادلات ۴۰ و ۴۱، که مدل زمانی کافی است که نتایج آزمون کوچک‌تر از مقادیر بحرانی گزارش شده در جدول ۷ باشد. به غیر از این دو آزمون، نتایج شمارش Oj نیز گزارش شده است. جدول ۷ شش پنل دارد که هر پنل متناظر است با هر

کدام از توزیع‌ها (گوسی، استیودنت t ، t چوله، $C3$ SNP و $C4$ ، $C3$ SNP، $C4$ ، $C6$ و $C8$ و PGC، $C2$ ، $C4$ و $C6$). مقدار بحرانی برای آماره پیرسون و برای همه شاخص‌ها برابر $15/507$ است. مقدار بحرانی برای آزمون ناس نیز برابر $13/631$ است. ملاحظه می‌شود که توزیع‌های پارامتریک و SNP و GC برای همه شاخص‌ها رد می‌شوند.

در جدول ۸، سه تصریح متفاوت برای ES-97.5% نشان داده شده است. در این آزمون‌ها دو تصریح یک‌طرفه و دوطرفه در نظر گرفته شده است. توزیع گوسی برای همه شاخص‌ها و برای هر سه آزمون رد می‌شود. توزیع استیودنت t نیز برای همه شاخص‌ها و برای هر سه آزمون به استثناء شاخص مالی و آزمون Auxiliary ESR رد می‌شود. توزیع t چوله و SNP با بسط کوتاه برای همه شاخص‌ها به استثناء شاخص مالی و برای همه آزمون‌ها به استثناء آزمون Intercept ESR یک طرفه و دوطرفه رد می‌شود. بسط طولانی توزیع SNP برای شاخص TEPIX و شاخص مالی برای برخی آزمون‌ها پذیرفته می‌شود. بسط PGC برای آزمون ER یک طرفه و Intercept ESR یک طرفه و دوطرفه و برای شاخص بازار دوم، صنعت و مالی پذیرفته می‌شود.

عملکرد نسبی مدل‌ها در جدول ۹ به نمایش گذاشته شده است. ملاحظه می‌شود که بسط طولانی‌تر SNP عملکرد برتری نسبت به توزیع GC مثبت برای شاخص بازار دوم، شاخص صنعت و شاخص مالی دارد. اما بسط کوتاه SNP عملکرد برتری نسبت به توزیع GC مثبت تنها برای شاخص TEPIX و شاخص مالی دارد.

جدول ۱۰، مقایسه برای SSM برای ES-97.5% را گزارش می‌کند. تنها برای شاخص مالی است که مدل‌ها حذف نمی‌شوند و SSM متشکل از ۶ مدل می‌شود. برای شاخص مالی، همگنی میان توزیع‌های شرطی برای پیش‌بینی ES وجود دارد. این مشاهده نشان دهنده ناهمگنی مدل‌ها در سایر شاخص‌ها است. P-مقدار برای اینکه متعلق به SSM شود حداقل است. ملاحظه می‌شود که رتبه‌بندی مدل‌ها در SSM واضح و مشخص نیست.

۴-۴. نتایج بک تست ریزش میانه

جدول ۱۱، تعداد استثناء مورد انتظار و مشاهده شده و آزمون‌های CC و POF را برای MS-99% (پانل A) و MS-97.5% (پانل B) به نمایش گذاشته است، که به ترتیب برابر است با محاسبه VaR-99.5% و VaR-98.75%. نتایج برای MS-97.85% سازگار است با نتایج بدست آمده برای VaR-99%. فرضیه گوسی در همه موارد رد می‌شود. درمقابل، توزیع t

استیودنت و t چوله معیارهای ریسک دقیقی را به نمایش می‌گذارند. سه توزیع شرطی SNP نتایج خوبی ندارند و تعداد استثناء مشاهده شده زیاد دارند.

از سوی دیگر، نتایج برای MS-99.5% نشان می‌دهد که گوسی تنها برای شاخص صنعت رد نمی‌شود. t چوله برای نیمی از شاخص‌ها در سطح ۵٪ پذیرفته می‌شود ولی استیودنت t برای همه شاخص‌ها رد می‌شود. توزیع‌های SNP برای همه شاخص‌ها رد می‌شوند.

نتایج آزمون عملکرد نسبی برای MS-97.5% در جدول ۱۲ گزارش شده است. ملاحظه می‌شود که نتایج تا حدی مشابه VaR-99% است. علت این است که MS-97.5% معادل است با VaR-98.75% یک سطح اطمینان مشابه با 99%. برای شاخص TEPIX، در سطح ۹۹٪، SNP با بسط کوتاه برتری دارد نسبت به SNP با بسط طولانی. برای شاخص بازار دوم، شاخص صنعت و شاخص مالی، SNP با بسط طولانی برتری دارد نسبت به GC مثبت. برای شاخص مالی، SNP با بسط کوتاه برتری دارد نسبت به GC مثبت.

برای MS-99% و MS-97.5% مقایسه برای SSM در جدول ۱۳ گزارش شده است. تنها شاخصی که همه مدل‌ها در سطح ۵٪ در مجموعه اطمینان مدل قرار می‌گیرند، شاخص مالی است. برای سایر شاخص‌ها، مدل استیودنت t و مدل GC مثبت در مجموعه اطمینان مدل قرار می‌گیرند. در رابطه با رتبه‌بندی مدل‌ها، اغلب مدل استیودنت t و مدل GC مثبت در رتبه نخست قرار می‌گیرند.

۵. بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله، عملکرد معیارهای ریسک مالی برای دربرگیری ریسک شاخص‌های اصلی بورس تهران مورد مقایسه قرار می‌گیرد. در این مقاله، از MS به عنوان یک معیار ریسک رابست نسبت به مقادیر دورافتاده استفاده می‌شود. این معیار می‌تواند یک آلترناتیو خوب برای مدیریت ریسک و تصمیم‌گیری تحت درجات بالای نااطمینانی محسوب شود. نتایج نشان می‌دهد که بهترین مدل وابسته به شاخص تحت بررسی است. از سوی دیگر، استفاده از توزیع پارامتریک استیودنت t و t چوله با پارامتر چولگی عملکرد برتری نسبت به تصریح‌های انعطاف‌پذیر شبه پارامتریک SNP و GC دارد. درواقع، ساختارهای پیچیده‌تر لزوماً بهترین عملکرد پیش‌بینی را فراهم نمی‌کنند. همچنین، توزیع‌های پارامتریک و تصریح‌های انعطاف‌پذیر شبه پارامتریک SNP و GC تعداد

استثناءها را بیش از حد برآورد و بنابراین ریسک را کمتر از حد تخمین می‌زنند. این می‌تواند نتیجه کاهش هموار در انتهای دنباله توزیع شاخص‌ها باشد؛ این در حالیست که رویکردهای SNP دنباله‌های موج‌دار را دربرمی‌گیرند. بنابراین، تصریح‌های پارامتریک، معیارهای ریسک محافظه‌کارتری را فراهم می‌کنند. همچنین ملاحظه می‌شود که نتایج به معیار ریسک بکار گرفته شده و سطح احتمال مختلف حساس نیست. این نتایج برای تصمیمات به پرتفوی و مدیریت ریسک مربوط می‌شود.

این واقعیت نیز می‌باید در نظر گرفته شود مبنی بر اینکه شاخص‌های اصلی بورس تهران از نوسانات حدی برخوردار نیستند؛ از این رو رویکردهای شبه پارامتریک SNP عملکرد برتری در مقایسه با رویکردهای پارامتریک در تقریب دنباله‌های توزیع، ندارند. درواقع، رویکرد SNP می‌تواند معیارهای ریسک دقیقی را برای دارایی‌هایی فراهم کند که از دنباله‌های موجی در توزیع‌هایشان برخوردار هستند. شاخص‌های اصلی بورس تهران از ماهیت سفته‌بازی برخوردار نیستند. نتایج نشان داد که تنها برای برخی شاخص‌ها، مدل SNP تنها نسبت به مدل GC مثبت برتری دارد. تجزیه و تحلیل‌های رتبه‌بندی نشان می‌دهد که مدل استیودنت t برحسب توانایی پیش‌بینی مدل، در برخی موارد در موقعیت نخست قرار می‌گیرد.

Reference

- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J. M., & Heath, D. (1999). Coherent measures of risk. *Mathematical finance*, 9(3), 203-228.
- Asayesh K, Fallahshams M, Jahangirnia H, Gholami Jamkarani R. (2020). Explaining the systemic risk model using the marginal expected shortfall approach (MES) for the banks listed on the Tehran Stock Exchange. *Journal of Economics and Planning Research*. 25(2), 115-134. (In Persian)
- Benlagha, N., & Chargui, S. (2017). Range-based and GARCH volatility estimation: Evidence from the French asset market. *Global Finance Journal*, 32, 149-165.
- Bollerslev, T., & Mikkelsen, H. O. (1996). Modeling and pricing long memory in stock market volatility. *Journal of econometrics*, 73(1), 151-184.
- Borri, N. (2019). Conditional tail-risk in cryptocurrency markets. *Journal of Empirical Finance*, 50, 1-19.
- Buse, R., Görden, K., & Schienle, M. (2025). Predicting value at risk for cryptocurrencies with generalized random forests. *International Journal of Forecasting*.

- Bayer, S., & Dimitriadis, T. (2022). Regression-based expected shortfall backtesting. *Journal of Financial Econometrics*, 20(3), 437-471.
- Campbell, S. D. (2005). A review of backtesting and backtesting procedures.
- Cerqueti, R., Giacalone, M., & Mattera, R. (2020). Skewed non-Gaussian GARCH models for cryptocurrencies volatility modelling. *Information Sciences*, 527, 1-26.
- Corrado, C. J., & Su, T. (1996). Skewness and kurtosis in S&P 500 index returns implied by option prices. *Journal of Financial research*, 19(2), 175-192.
- De Khoo, Z., Ng, K. H., Koh, Y. B., & Ng, K. H. (2024). Forecasting volatility of stock indices: Improved GARCH-type models through combined weighted volatility measure and weighted volatility indicators. *The North American Journal of Economics and Finance*, 71, 102112.
- Del Brio, E. B., Mora-Valencia, A., & Perote, J. (2020). Risk quantification for commodity ETFs: Backtesting value-at-risk and expected shortfall. *International Review of Financial Analysis*, 70, 101163.
- Emmer, S., Kratz, M., & Tasche, D. (2013). What is the best risk measure in practice? A comparison of standard measures. *arXiv preprint arXiv:1312.1645*.
- Engle, R. F., & Gonzalez-Rivera, G. (1991). Semiparametric ARCH models. *Journal of Business & Economic Statistics*, 9(4), 345-359.
- Fallahpour, S. and Tabasi, H. (2020). Estimation of expected shortfall based on conditional extreme value theory using multifractal model and intraday data in Tehran Stock Exchange. *Financial Research Journal*, 22(1), 27-43. (In Persian)
- Fang, S., Cao, G., & Egan, P. (2023). Forecasting and backtesting systemic risk in the cryptocurrency market. *Finance Research Letters*, 54, 103788.
- Fischer, M., Moser, T., & Pfeuffer, M. (2018). A discussion on recent risk measures with application to credit risk: Calculating risk contributions and identifying risk concentrations. *Risks*, 6(4), 142.
- Fissler, T., Ziegel, J. F., & Gneiting, T. (2015). Expected shortfall is jointly elicitable with value at risk-implications for backtesting. *arXiv preprint arXiv:1507.00244*.
- Fiszeder, P., Małacka, M., & Molnár, P. (2024). Robust estimation of the range-based GARCH model: Forecasting volatility, value at risk and expected shortfall of cryptocurrencies. *Economic Modelling*, 141, 106887.
- Franco, J. P. M., & Laurini, M. P. (2025). Quantifying systemic risk in cryptocurrency markets: A high-frequency approach. *International Review of Economics & Finance*, 104214.

- Glosten, L. R., Jagannathan, R., & Runkle, D. E. (1993). On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *The journal of finance*, 48(5), 1779-1801.
- Hald, A. (2000). The early history of the cumulants and the Gram-Charlier series. *International Statistical Review*, 68(2), 137-153.
- Hansen, P. R., Lunde, A., & Nason, J. M. (2011). The model confidence set. *Econometrica*, 79(2), 453-497.
- Jiménez, I., Mora-Valencia, A., & Perote, J. (2022). Semi-nonparametric risk assessment with cryptocurrencies. *Research in International Business and Finance*, 59, 101567.
- Jiménez, I., Mora-Valencia, A., & Perote, J. (2020). Risk quantification and validation for Bitcoin. *Operations Research Letters*, 48(4), 534-541.
- Katsiampa, P. (2017). Volatility estimation for Bitcoin: A comparison of GARCH models. *Economics letters*, 158, 3-6.
- Kou, S., & Peng, X. (2016). On the measurement of economic tail risk. *Operations Research*, 64(5), 1056-1072.
- Kratz, M., Lok, Y. H., & McNeil, A. J. (2018). Multinomial VaR backtests: A simple implicit approach to backtesting expected shortfall. *Journal of Banking & Finance*, 88, 393-407.
- Lazar, E., Pan, J., & Wang, S. (2024). On the estimation of Value-at-Risk and Expected Shortfall at extreme levels. *Journal of Commodity Markets*, 34, 100391.
- Le, T. H. (2020). Forecasting value at risk and expected shortfall with mixed data sampling. *International Journal of Forecasting*, 36(4), 1362-1379.
- León, Á., Mencía, J., & Sentana, E. (2009). Parametric properties of semi-nonparametric distributions, with applications to option valuation. *Journal of Business & Economic Statistics*, 27(2), 176-192.
- Liu, W., Semeyutin, A., Lau, C. K. M., & Gozgor, G. (2020). Forecasting Value-at-Risk of Cryptocurrencies with RiskMetrics type models. *Research in International Business and Finance*, 54, 101259.
- Mauleón, I., & Perote, J. (2000). Testing densities with financial data: an empirical comparison of the Edgeworth Sargan density to the Students t. *The European Journal of Finance*, 6(2), 225-239.
- McNeil, A. J., & Frey, R. (2000). Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: an extreme value approach. *Journal of empirical finance*, 7(3-4), 271-300.

- Mohammadian Amiri, E. and Ebrahimi, S. B. (2018). Multiple-step-ahead forecasting of value at risk based on Holt-Winters exponential smoothing multiplicative method. *Financial Management Strategy*, 6(1), 93-114. (In Persian)
- Nešlehová, J., Embrechts, P., & Chavez-Demoulin, V. (2006). Infinite mean models and the LDA for operational risk. *Journal of Operational Risk*, 1(1), 3-25.
- Nelson, D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica: Journal of the econometric society*, 347-370.
- Ñíguez, T. M., & Perote, J. (2012). Forecasting heavy-tailed densities with positive Edgeworth and Gram-Charlier expansions. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 74(4), 600-627.
- Nolde, N., & Ziegel, J. F. (2017). Elicitability and backtesting: Perspectives for banking regulation.
- Rastegar, M. A. and Hemati, M. (2022). Sensitivity analysis of two-step multinomial backtests for evaluating value-at-risk. *Financial Research Journal*, 23(4), 523-544 . (In Persian)
- Roozegar, R., Soufi, B. and Taherizadeh, H. R. (2018). Calculating value at risk and expected shortfall of some statistical distributions. *Journal of Decisions and Operations Research*, 3(1), 72-81. (In Persian)
- Sargan, J. D. (1976). Econometric estimators and the Edgeworth approximation. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 421-448.
- Tabibi, M. A., Davoodi, S. M. R., & A. Ataabadi, A. (2023). Optimal portfolio selection based on parametric and non-parametric multi-horizon expected shortfall. *Journal of Ecurities Exchange*, 16(61), 283-302. (In Persian)
- Taleblou, R. and Davoudi, M. M. (2020). Calculating value at risk: DCC-GARCH-copula approach. *Iranian Journal of Economic Research*, 25(82), 43-82. (In Persian)
- Yu, R., Xiao, H., Zhu, Y., & Zhang, G. (2025). Does multi-scale GARCH information enhance volatility prediction?. *Finance Research Letters*, 78, 107196.
- Zhang, N., Su, X., & Qi, S. (2023). An empirical investigation of multiperiod tail risk forecasting models. *International Review of Financial Analysis*, 86, 102498.